CAPÍTULO

12 Testes de hipóteses para médias e proporções

12.1 Introdução

Suponhamos que uma certa distribuição dependa de um parâmetro θ e que não se conheça θ ou, então, haja razões para acreditar que o θ variou, seja pelo passar do tempo ou, então, pela introdução de novas técnicas na produção, por exemplo.

A inferência estatística fornece um processo de análise denominado *teste de hipóteses*, que permite se decidir por um valor do parâmetro θ ou por sua modificação com um grau de risco conhecido.

Formulamos duas hipóteses básicas:

H_0: hipótese nula ou da existência.

H_1: hipótese alternativa.

Testamos hipóteses para tomarmos uma decisão entre duas alternativas. Por essa razão, o *teste de hipótese* é um *processo de decisão estatística*.

Vejamos alguns exemplos de hipóteses:

- os *chips* da marca A têm vida média $\mu = \mu_0$;
- o nível de inteligência de uma população de universitários é $\mu = \mu_0$;
- o equipamento A produz peças com variabilidade menor que a do equipamento B: $\sigma_A^2 < \sigma_B^2$;
- o aço produzido pelo processo A é mais duro que o aço produzido pelo processo B: $\mu_A > \mu_B$.

Podemos, pois, apresentar as hipóteses genéricas que englobam a maioria dos casos:

1. $\begin{cases} H_0: \theta = \theta_0 \\ H_1: \theta > \theta_0 \end{cases}$ Para testes bilaterais.

2. $\begin{cases} H_0: \theta = \theta_0 \\ H_1: \theta > \theta_0 \end{cases}$ Para testes unilaterais à direita.

3. $\begin{cases} H_0: \theta = \theta_0 \\ H_1: \theta < \theta_0 \end{cases}$ Para testes unilaterais à esquerda.

4. $\begin{cases} H_0: \theta = \theta_0 \\ H_1: \theta = \theta_1 \end{cases}$ Para testes aplicados a valores do parâmetro obtidos após a decisão tomada em um dos três testes anteriores.

O *procedimento padrão* para a realização de um *teste de hipóteses* é o que se segue:

- definem-se as hipóteses do teste: nula e alternativa;
- fixa-se um nível de significância α;
- levanta-se uma amostra de tamanho n e calcula-se uma estimativa $\hat{\theta}_0$ do parâmetro θ;
- usa-se para cada tipo de teste uma variável cuja distribuição amostral do estimador do parâmetro seja a mais concentrada em torno do verdadeiro valor do parâmetro;
- calcula-se com o valor do parâmetro θ_0, dado por H_0, o valor crítico, valor observado na amostra ou valor calculado (V_{calc});
- fixam-se duas regiões: uma de *não rejeição* de H_0 (RNR) e uma de *rejeição* de H_0 ou *crítica* (RC) para o valor calculado, ao nível de risco dado;
- se o valor observado (V_{calc}) $\in$ região de não rejeição, a decisão é a de *não rejeitar* H_0;
- se $V_{calc} \in$ região crítica, a decisão é a de *rejeitar* H_0.

Devemos observar que quando se fixa α, determinamos para os testes bilaterais, por exemplo, valores críticos (tabelados), V_α, tais que:

$P(|V_{calc}| < V_\alpha) = 1 - \alpha \rightarrow$ RNR

$P(|V_{calc}| \geq V_\alpha) = \alpha \rightarrow$ RC

12.2 Testes de hipóteses para a média de populações normais com variâncias (σ^2) conhecidas

Faremos a explicação do teste usando os passos definidos no procedimento, por meio de um exemplo.

Testes bilaterais

De uma população normal com variância 36, toma-se uma amostra casual de tamanho 16, obtendo-se $\bar{x} = 43$. Ao nível de 10%, testar as hipóteses:

$$\begin{cases} H_0 : \mu = 45 \\ H_1 : \mu \neq 45 \end{cases}$$

As hipóteses já estão definidas. O nível α de significância é de 10% $\therefore \alpha = 10\%$.

A amostra é de tamanho 16, $n = 16$, e a estimativa de média já foi calculada, isto é, $\bar{x} = 43$.

Como o teste é para média de populações normais com variâncias conhecidas, usaremos a variável Z: $N(0, 1)$ como critério.

$\sigma^2 = 36 \qquad \bar{x} = 43 \qquad n = 16$

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu_{Ho}}{\sigma_{\bar{x}}} \qquad \sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{6}{\sqrt{16}} = \frac{6}{4} \qquad \sigma_{\bar{x}} = 1{,}5$$

$\therefore$ sendo $\mu_{Ho} = 45$, temos $\therefore$

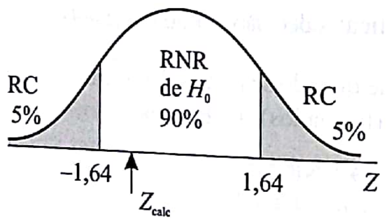
$$Z_{calc} = \frac{43 - 45}{1{,}5} = -1{,}33 \quad \therefore \quad \boxed{Z_{calc} = -1{,}33}$$

Como o teste é bilateral e $\alpha = 10\%$, a região de não rejeição, RNR, é:

$P(|Z| < Z_\alpha) = 1 - \alpha \quad \to \quad P(|Z| < 1{,}64) = 0{,}90$

$Z_\alpha = Z_{5\%} = 1{,}64.$

E a região de rejeição (RC) é dada por $P(|Z| \geq Z\alpha) = \alpha \to P(|Z| \geq 1{,}64) = 0{,}10$.



Como $Z_{calc} = -1{,}33$,

temos que $Z_{calc} \in$ RNR $\therefore$

Logo, a decisão é não rejeitarmos H_0, isto é, a média é 45, com 10% de risco de não rejeitarmos uma hipótese falsa.

Poderíamos fazer o teste de hipóteses usando IC, como se segue:

$$\text{RNR} \to P(\mu_{Ho} - Z_\alpha \cdot \sigma_{\bar{x}} < \bar{x} < \mu_{Ho} + Z_\alpha \cdot \sigma_{\bar{x}}) = 1 - \alpha$$

$$\text{ou } P(\bar{x}_1 < \bar{x} < \bar{x}_2) = 1 - \alpha$$

$\text{RC} \to P(\bar{x} \leq \bar{x}_1 \text{ ou } \bar{x} \geq \bar{x}_2)$

$\bar{x}_1 = 45 - 1{,}64 \cdot 1{,}5 = 42{,}54$

$\bar{x}_2 = 45 + 1{,}64 \cdot 1{,}5 = 47{,}46$

RNR $= (42{,}54; 47{,}46)$

RC $= (-\infty; 42{,}54] \cup [47{,}46; +\infty)$

Como $\bar{x} = 43$, $\bar{x} \in$ RNR.

Não se rejeita H_0 também.

Teste unilateral (monocaudal) à esquerda

EXEMPLO

Uma fábrica anuncia que o índice de nicotina dos cigarros da marca X apresenta-se abaixo de 26 mg por cigarro. Um laboratório realiza 10 análises do índice obtendo: 26, 24, 23, 22, 28, 25, 27, 26, 28, 24.

Sabe-se que o índice de nicotina dos cigarros da marca X se distribui normalmente com variância 5,36 mg². Pode-se aceitar a afirmação do fabricante, ao nível de 5%?

Resolução:

$$\begin{cases} H_0 : \mu = 26 \\ H_1 : \mu < 26 \end{cases} \qquad \alpha = 5\%$$

$n = 10$

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \bar{x}_i = \frac{253}{10} \therefore \bar{x} = 25{,}3$$

$$\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{5{,}36}{10}} = \sqrt{0{,}536} = 0{,}73$$

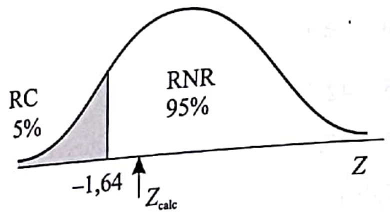
$$Z_{calc} = \frac{25{,}3 - 26}{0{,}73} = -0{,}959 \qquad Z_{calc} = -0{,}959$$

$Z_\alpha = Z_{5\%} = 1{,}64$

RNR $= (-1{,}64; +\infty)$

RC $= (-\infty; -1{,}64]$

$\therefore Z_{calc} \in$ RNR



Não se rejeita H_0, isto é, ao nível de 5%, podemos concluir que a afirmação do fabricante é falsa.

Resolução por intervalos de confiança:

$$RNR \rightarrow P(\bar{x} > \mu_{H_0} - Z_\alpha \cdot \sigma_{\bar{x}}) = 1 - \alpha$$

$$RC \rightarrow P(\bar{x} \leq \mu_{H_0} - Z_\alpha \cdot \sigma_{\bar{x}}) = \alpha$$

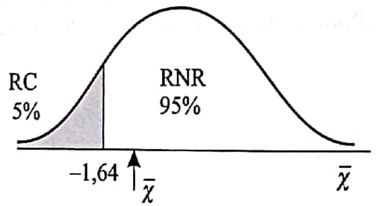
$\therefore$

$$P(\bar{x} > 26 - 1{,}64 \cdot 0{,}73) = 0{,}95$$

$$RNR \rightarrow P(\bar{x} > 24{,}803) = 0{,}95$$

$RC \rightarrow P(\bar{x} \leq 24{,}803) = 0{,}10$. Como $\therefore$ $\bar{x} = 25{,}3$, concluímos que $\bar{x} \in$ RNR $\therefore$

Não se rejeita H_0.



Teste unilateral à direita

EXEMPLO

Um fabricante de lajotas de cerâmica introduz um novo material em sua fabricação e acredita que aumentará a resistência média, que é de 206 kg. A resistência das lajotas tem distribuição normal com desvio padrão de 12 kg. Retira-se uma amostra de 30 lajotas, obtendo $\bar{x} = 210$ kg. Ao nível de 10%, pode o fabricante aceitar que a resistência média de suas lajotas tenha aumentado?

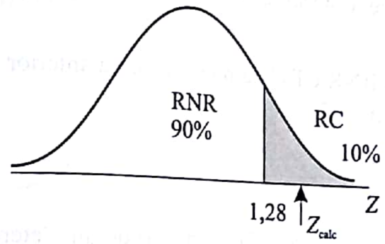
Resolução:

$$\begin{cases} H_0: \mu = 206 \\ H_1: \mu > 206 \end{cases}$$

$\alpha = 10\%$ $\quad n = 30$ $\quad \bar{x} = 210$ $\quad \sigma_{\bar{x}} = \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} = \dfrac{12}{\sqrt{30}}$

$\therefore \sigma_{\bar{x}} = 2{,}19$ $\qquad Z_{calc} = \dfrac{210 - 206}{2{,}19} = 1{,}827$

$Z_\alpha = Z_{10\%} = 1{,}28$



Como $Z_{calc} > Z_\alpha$, rejeita-se H_0, isto é, ao nível de 10%, o fabricante pode concluir que a resistência média de suas lajotas aumentou.

Outro método:

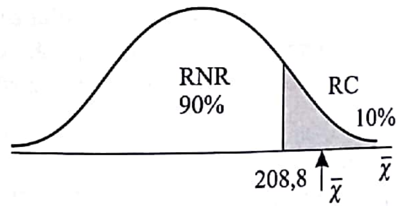
$$RNR \rightarrow P(\bar{x} < \mu_{H_0} + Z_\alpha \cdot \sigma_{\bar{x}}) = 1 - \alpha$$

$$RC \rightarrow P(\bar{x} \geq \mu_{H_0} + Z_\alpha \cdot \sigma_{\bar{x}}) = 1 - \alpha$$

$$RNR \rightarrow P(\bar{x} < 206 - 1{,}28 \cdot 2{,}19) = 0{,}90$$

$$RNR \rightarrow P(\bar{x} < 208{,}8) = 0{,}90$$

$$RC \rightarrow P(\bar{x} \geq 208{,}8) = 0{,}10$$



Como $\bar{x} = 210{,}00 \in$ RC, rejeita-se H_0 a 10%.

12.3 Testes de hipóteses para proporções

Procedimento

1. Fixam-se as hipóteses $\begin{cases} H_0: p = p_0 \\ H_1: p \neq p_0, p > p_0, p < p_0 \end{cases}$
2. Fixa-se o nível α.
3. Retira-se uma amostra de tamanho n e define-se x: nº de sucesso, calculando $\hat{p}_0 = \dfrac{x}{n}$.

4. Determina-se com p dados por H_0, $\sigma_{\hat{p}} = \sqrt{\dfrac{p_{H_0} \cdot q_{H_0}}{n}}$.

5. Define-se como variável critério: $Z = \dfrac{\hat{p}_0 - p_{H_0}}{\sigma_{\hat{p}}}$.

6. Definem-se as regiões RNR e RC da mesma forma anterior e, com o mesmo procedimento, rejeita-se ou não H_0.

EXEMPLO

Sabe-se por experiência que 5% da produção de um determinado artigo é defeituosa. Um novo empregado é contratado. Ele produz 600 peças do artigo com 82 defeituosas. Ao nível de 15%, verificar se o novo empregado produz peças com maior índice de defeitos que o existente.

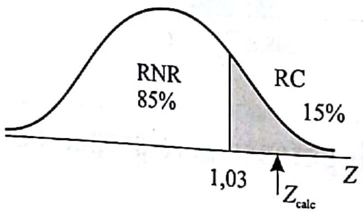
Resolução:

$$\begin{cases} H_0: p = 0{,}05 \\ H_1: p > 0{,}05 \end{cases} \qquad n = 600 \quad x = 82 \qquad \hat{p}_0 = \frac{82}{600} = 0{,}137$$

$$\sigma_{\hat{p}} = \sqrt{\frac{0{,}05 \cdot 0{,}95}{600}} = 0{,}0089$$

$$Z_{calc} = \frac{0{,}137 - 0{,}05}{0{,}0089} \quad \therefore \quad Z_{calc} = 9{,}775$$

$$Z_\alpha = Z_{15\%} = 1{,}03$$



Como $Z_{calc} > Z_\alpha$, $Z_{calc} \in$ RC, rejeita-se H_0, isto é, com 15% de risco, podemos levantar sérias dúvidas quanto à habilidade do novo empregado na fabricação do artigo, sendo sua proporção de defeitos superior à dos demais.

Outro processo:

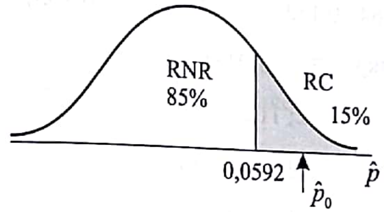
$$\text{RNR} \rightarrow P\left(\hat{p}_0 < p_{H_0} + Z_\alpha \cdot \sigma_{\hat{p}}\right) = 1 - \alpha$$

$$\text{RC} \rightarrow P\left(\hat{p}_0 \geq p_{H_0} + Z_\alpha \cdot \sigma_{\hat{p}}\right) = \alpha$$

$$\text{RNR} \rightarrow P(\hat{p}_0 < 0{,}05 + 1{,}03 \cdot 0{,}0089) = 0{,}85$$

$$P(\hat{p}_0 < 0{,}0592) = 0{,}85$$

$$\text{RC} \rightarrow P(\hat{p}_0 \geq 0{,}0592) = 0{,}15$$



$\hat{p}_0 = 0{,}137 \quad \therefore$

$\hat{p}_0 \in [0{,}0592; +\infty)$

$\therefore \hat{p}_0 \in$ RC

Rejeita-se H_0.

Exercícios resolvidos

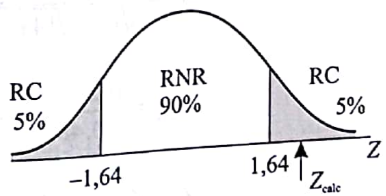
1. Uma fábrica de automóveis anuncia que seus carros consomem, em média, 11 litros por 100 km, com desvio padrão de 0,8 litro. Uma revista decide testar essa afirmação e analisa 35 carros dessa marca, obtendo 11,4 litros por 100 km, como consumo médio. Admitindo que o consumo tenha distribuição normal, ao nível de 10%, o que a revista concluirá sobre o anúncio da fábrica?

Resolução:

$$\begin{cases} H_0: \mu = 11 \\ H_1: \mu \neq 11 \end{cases} \qquad \bar{x} = 11{,}4 \quad n = 35 \qquad \sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{0{,}8}{\sqrt{35}} = 0{,}133$$

$$Z_{calc} = \frac{11{,}4 - 11}{0{,}133} = 3{,}008$$

$$Z_\alpha = Z_{5\%} = 1{,}64$$



Como $Z_{calc} \in$ RC, rejeita-se H_0, isto é, ao nível de 10% a revista pode concluir que o anúncio não é verdadeiro.

Outra solução:

$$\text{RNR} \rightarrow P\left(\mu_{Ho} - Z_\alpha \cdot \sigma_{\bar{x}} < \bar{x} < \mu_{Ho} + Z_\alpha \cdot \sigma_{\bar{x}}\right) = 1 - \alpha$$

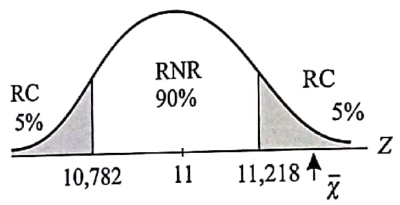
$\therefore \quad P(11 - 1{,}64 \cdot 0{,}133 < \bar{x} < 11 + 1{,}64 \cdot 0{,}133) = 0{,}90$

$\therefore P(10{,}782 < \bar{x} < 11{,}218) = 0{,}90$

$\therefore \text{RNR} = (10{,}782;\ 11{,}218)$

$\text{RC} \rightarrow P(\bar{x} \leq 10{,}782 \text{ ou } \bar{x} \geq 11{,}218) = 0{,}1$

$\therefore \quad \text{RC} = (-\infty;\ 10{,}782] \cup [11{,}218;\ \infty)$



Como $\bar{x} = 11{,}4 \in$ RC, rejeita-se H_0.

2. A altura dos adultos de uma certa cidade tem distribuição normal com média de 164 cm e desvio padrão de 5,82 cm. Deseja-se saber se as condições sociais desfavoráveis vigentes na parte pobre dessa cidade causam um retardamento no crescimento dessa população. Para isso, levantou-se uma amostra de 144 adultos dessa parte da cidade, obtendo-se a média de 162 cm. Pode esse resultado indicar que os adultos residentes na área são em média mais baixos que os demais habitantes da cidade ao nível de 5%?

Resolução:

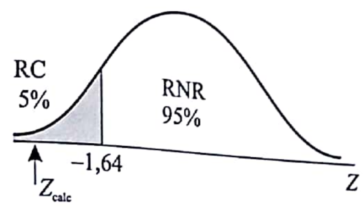
$$\begin{cases} H_0: \mu = 164 \\ H_1: \mu < 164 \end{cases}$$

$n = 144 \qquad \bar{x} = 162 \qquad \sigma = 5{,}82$

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{5{,}82}{\sqrt{144}} = \frac{5{,}82}{12} = 0{,}485$$

$$Z_{calc} = \frac{162 - 164}{0{,}485} = \frac{-2}{0{,}485} = -4{,}124$$

$$Z_\alpha = Z_{5\%} = 1{,}64$$



Como $Z_{calc} < Z_\alpha$, rejeita-se H_0, isto é, podemos admitir que as condições sociais desfavoráveis provocam um retardamento no crescimento da população da parte estudada ao nível de 5%.

Outra solução:

$\text{RNR} \rightarrow P(\bar{x} > \mu_{H_0} - Z_\alpha \cdot \sigma_{\bar{x}}) - 1 - \alpha$

$\text{RC} \rightarrow \quad P(\bar{x} \leq \mu_{H_0} - Z_\alpha \cdot \sigma_{\bar{x}}) = \alpha$

$\therefore \quad P(\bar{x} > 164 - 1{,}64 \cdot 0{,}485) = 0{,}95$

$P(\bar{x} > 163{,}205) = 0{,}95 \rightarrow \text{RNR} = (163{,}205;\ +\infty)$

$\therefore \quad \text{RC} = (-\infty;\ 163{,}205]$

Como $\bar{x} = 162$, $\bar{x} \in$ RC $\therefore$, rejeita-se H_0.

3. Em uma experiência sobre percepção extrassensorial (PES), um indivíduo A, em uma sala isolada, é solicitado a declarar a cor vermelha ou preta (em números iguais) de cartas tiradas ao acaso de um baralho de 50 cartas, por outro indivíduo B, posicionado em outra sala. Se A identifica corretamente 32 cartas, esse resultado é significativo ao nível de 5% para indicar que A tem PES?

Resolução:

$$\begin{cases} H_0:\ p = 0{,}5\ A \text{ não tem PES} \\ H_1:\ p > 0{,}5\ A \text{ tem PES} \end{cases}$$

x: número de cartas declaradas na cor certa por A.

$x = 32 \qquad n = 50$

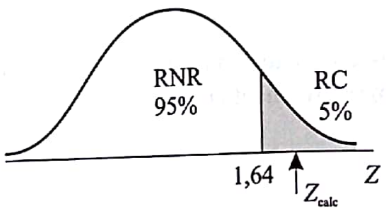
$$\hat{p}_0 = \frac{32}{50} = 0{,}64$$

$$\sigma_{\hat{p}} = \sqrt{\frac{P_{Ho} \cdot q_{Ho}}{n}} = \sqrt{\frac{0{,}5 \cdot 0{,}5}{50}} = 0{,}0707$$

$$Z_{calc} = \frac{0{,}64-0{,}5}{0{,}0707} = \frac{\hat{p}_0 - p_{Ho}}{\sigma_{\hat{p}}}$$

$Z_{calc} = 1{,}9802$

$Z_\alpha = Z_{5\%} = 1{,}64$



$\therefore$ como $Z_{calc} \in$ RC, rejeita-se H_0, isto é, podemos concluir que A tem PES.

Outra solução:

RNR $\rightarrow P(\hat{p}_0 < p_{Ho} + Z_\alpha \cdot \sigma_{\hat{p}}) = 1-\alpha$

RC $\rightarrow P(\hat{p}_0 \geq p_{Ho} + Z_\alpha \cdot \sigma_{\hat{p}}) = \alpha$

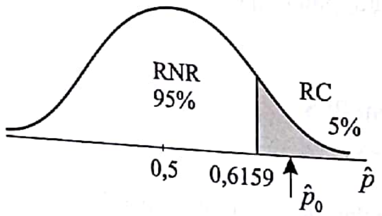
RNR

$P(\hat{p}_0 < 0{,}5 + 1{,}64 \cdot 0{,}0707) = 0{,}95$

$P(\hat{p}_0 < 0{,}6159) = 0{,}95$

RNR = $(-\infty; 61{,}59\%)$

RC = $[61{,}59\%, +\infty)$



Como $\hat{p}_0 = 0{,}64$, $\hat{p}_0 \in$ RC $\therefore$ $\hat{p}_0 \in [61{,}59\%, +\infty)$

$\therefore$ rejeita-se H_0.

4. Um candidato a deputado estadual afirma que terá 60% dos votos dos eleitores de uma cidade. Um instituto de pesquisa colhe uma amostra de 300 eleitores dessa cidade, encontrando 160 que votarão no candidato. Esse resultado mostra que a afirmação do candidato é verdadeira, ao nível de 5%?

Resolução 1:

$$\begin{cases} H_0: P = 0{,}60 & \text{O candidato tem 60\% dos votos.} \\ H_1: P \neq 0{,}60 & \text{O candidato não tem 60\% dos votos.} \end{cases}$$

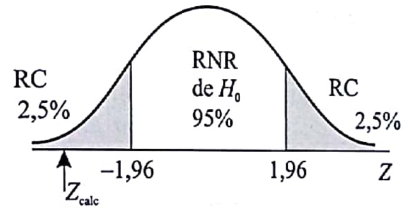
$n = 300 \qquad x = 160$

$$\hat{p}_0 = \frac{160}{300} = 0{,}53$$

$$\sigma_{\hat{p}} = \sqrt{\frac{0{,}60 \cdot 0{,}40}{300}} = 0{,}0283$$

$$Z_{calc} = \frac{\hat{p}_0 - p_{Ho}}{\sigma_{\hat{p}}} = \frac{0{,}53-0{,}60}{0{,}0283} = -2{,}474$$

$\alpha = 5\% \rightarrow Z_\alpha = Z_{2,5\%} = 1{,}96$



Como $Z_{calc} \in$ RC, rejeita-se H_0, isto é, podemos aceitar que a afirmação do candidato é falsa, a 5% de risco.

Resolução 2:

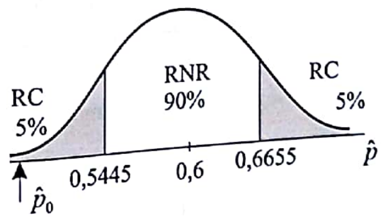
RNR $\rightarrow P\left(p_{H_0} - Z_\alpha \cdot \sigma_{\hat{p}} < \hat{p}_0 < p_{H_0} + Z_\alpha \cdot \sigma_{\hat{p}}\right) = 1-\alpha$

$P(0{,}6 - 1{,}96 \cdot 0{,}0283 < \hat{p}_0 < 0{,}6 + 1{,}96 \cdot 0{,}0283) = 0{,}95$

$P(0{,}5445 < \hat{p}_0 < 0{,}6555) = 0{,}95 \quad \therefore$

RNR = $(54{,}45\%;\ 65{,}55\%)$

RC = $(-\infty; 54{,}45\%] \cup [65{,}55\%; +\infty)$



Como $\hat{p}_0 = 0{,}5333$ e $\hat{p}_0 \in$ RC, rejeita-se H_0.

5. A vida média de uma amostra de 100 lâmpadas produzidas por uma firma foi calculada em 1.570 horas, com desvio padrão de 120 horas. Sabe-se que a duração das lâmpadas dessa firma tem distribuição normal com média de 1.600 horas. Ao nível de 1%, testar se houve alteração na duração média das lâmpadas.

Resolução:

$$\begin{cases} H_0: \mu = 1.600 \\ H_1: \mu \neq 1.600 \end{cases}$$

$n = 100 \qquad \bar{x} = 1.570 \qquad s = 120$

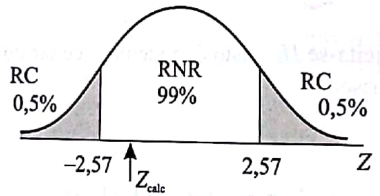
A variância populacional é *desconhecida*, porém a amostra é grande, o que permite usar a distribuição normal com s^2, estimador não viciado de σ^2.

$$\therefore\ \sigma_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{120}{\sqrt{100}} = 12 \therefore \sigma_{\bar{x}} = 12$$

$$Z_{calc} = \frac{\bar{x} - \mu_{Ho}}{\sigma_{\bar{x}}} = \frac{1.570 - 1.600}{12}$$

$Z_{calc} = -2{,}5$

$\alpha = 1\% \therefore Z_\alpha = Z_{0{,}5\%} = 2{,}57$



Como $Z_{calc} \in$ RNR, não se rejeita H_0, isto é, não é significativa a alteração da vida média das lâmpadas a 1%.

Este resultado levanta o seguinte problema: como proceder quando o $Z_{calc} \cong Z_\alpha$: rejeitar ou não rejeitar? Devemos refazer o teste, aumentando o número de elementos da amostra, ou diminuindo o nível do teste.

Quando não é possível fazer o procedimento acima, é melhor decidir pela rejeição de H_0, como veremos no próximo capítulo, sobre erros de decisão.

No caso, se o nível fosse 5%, $Z_\alpha = Z_{2{,}5\%} = 1{,}96$, H_0 seria rejeitada, isto significando que haveria alteração na duração média das lâmpadas.

Resolveremos o exercício pelo segundo modo, usando $\alpha = 5\%$.

$$\text{RNR} \to P\left(\mu_{Ho} - Z_\alpha \cdot \sigma_{\bar{x}} < \bar{x} < \mu_{Ho} + Z_\alpha \cdot \sigma_{\bar{x}}\right) = 1 - \alpha$$

$$\therefore P(1.600 - 1{,}96 \cdot 12 < \bar{x} < 1.600 + 1{,}96 \cdot 12) = 0{,}95$$

$$\text{RNR} \to P(1.576{,}48 < \bar{x} < 1.623{,}52) = 0{,}95$$

$$\text{RC} \to P(\bar{x} \leq 1.576{,}48 \text{ ou } \bar{x} \geq 1.623{,}52) = 0{,}05$$

Como $\bar{x} = 1.570$, $\bar{x} \in$ RC $\therefore$ rejeita-se H_0.

Exercícios propostos

1. Testar $\begin{cases} H_0: \mu = 50 \\ H_1: \mu > 50 \end{cases}$

   Dados:

   $\sigma^2 = 4 \qquad \alpha = 5\% \qquad n = 100 \quad$ e $\quad \bar{x} = 52$

2. Testar $\begin{cases} H_0: \mu = 36 \\ H_1: \mu < 36 \end{cases}$

   Dados:

   $\sigma^2 = 9 \qquad n = 64 \qquad \alpha = 1\% \quad$ e $\quad \bar{x} = 34{,}7$

3. A duração em horas de trabalho de 5 tratores foi 9.420, 8.200, 9.810, 9.290 e 7.030 horas. Sabe-se que a duração dos tratores dessa marca é normal com desvio padrão de 55 horas. Ao nível de 3%, testar:

   a) $\begin{cases} H_0: \mu = 8.700 \\ H_1: \mu \neq 8.700 \end{cases}$ b) $\begin{cases} H_0: \mu = 8.700 \\ H_1: \mu > 8.700 \end{cases}$ c) $\begin{cases} H_0: \mu = 8.700 \\ H_1: \mu < 8.700 \end{cases}$

4. Os indivíduos de um país apresentam altura média de 170 cm e desvio padrão de 5 cm. A altura tem distribuição normal. Uma amostra de 40 indivíduos apresentou média de 167 cm. Podemos afirmar, ao nível de 5%, que essa amostra é formada por indivíduos daquele país?

5. Lança-se uma moeda 100 vezes e observa-se que ocorrem 40 caras. Baseado nesse resultado, podemos afirmar, ao nível de 5%, que a moeda não é honesta?

6. O salário dos empregados das indústrias siderúrgicas tem distribuição normal, com média de 4,5 salários mínimos, com desvio padrão de 0,5 salário mínimo. Uma indústria emprega 49 empregados, com um salário médio de 4,3 s. m. Ao nível de 5%, podemos afirmar que essa indústria paga salários inferiores à média?

7. Um exame padrão de inteligência tem sido usado por vários anos com média de 80 pontos e desvio padrão de 7 pontos. Um grupo de 25 estudantes é ensinado, dando-se ênfase à resolução de testes. Se esse grupo obtem média de 83 pontos no exame, há razões para se acreditar que a ênfase dada mudou o resultado do teste ao nível de 10%?

8. Um fabricante de droga medicinal afirma que ela é 90% eficaz na cura de uma alergia, em determinado período. Em uma amostra de 200 pacientes, a droga curou 150 pessoas. Testar ao nível de 1% se a pretensão do fabricante é legítima.

9. Um metalúrgico decide testar a pureza de um certo metal, que supõe ser constituído exclusivamente de manganês. Adota para isso o critério da verificação do ponto de fusão. Experiências anteriores mostraram que esse ponto de fusão se distribuía normalmente com média de 1.260° e desvio padrão de 2°. O metalúrgico realizou 4 experiências, obtendo 1.267°, 1.269°, 1.261° e 1.263°. Poderá ele aceitar que o metal é puro ao nível de 5%?
10. Um comprador de blocos de cimento acredita que a qualidade dos produtos da marca A esteja se deteriorando. Sabe-se, por experiência passada, que a força média de esmagamento desses blocos era de 400 libras, com desvio padrão de 20 libras. Uma amostra de 100 blocos da marca A forneceu uma força média de esmagamento de 390 libras (supor distribuição normal). Testar ao nível de 2,5%, supondo que a qualidade média dos blocos tenha diminuído.
11. A tensão de ruptura de cabos fabricados por uma empresa apresenta distribuição normal, com média de 1.800 kg e desvio padrão de 100 kg. Mediante uma nova técnica de produção, proclamou-se que a tensão de ruptura teria aumentado. Para testar essa declaração, ensaiou-se uma amostra de 50 cabos, obtendo-se como tensão média de ruptura 1.850 kg. Pode-se aceitar a proclamação ao nível de 5%?
12. Um fabricante de correntes sabe, por experiência própria, que a resistência à ruptura dessas correntes tem distribuição normal com média de 15,9 libras e desvio padrão de 2,4 libras. Uma modificação no processo de produção é introduzida. Levanta-se então uma amostra de 16 correntes fabricadas com o novo processo, obtendo-se resistência média de ruptura de 15 libras. Pode esse resultado significar que a resistência média à ruptura diminuiu ao nível de 5%? Resolver o mesmo problema para uma amostra de 64 correntes e mesma média amostral.