$$P(X=0)=\frac{e^{-5t}(5t)^0}{0!}=e^{-5t}$$

Exercícios resolvidos

1. Qual a probabilidade de que no 25º lançamento de um dado ocorra a face 4 pela 5ª vez?

   Resolução:

   X: número de lançamentos necessários para ocorrer a 5ª face 4 (Pascal).

   $P=\frac{1}{6}$

$$P(X=25)=\binom{24}{4}\left(\frac{1}{6}\right)^5\left(\frac{5}{6}\right)^{20}=0{,}0356438$$

2. Uma urna tem 20 bolas pretas e 30 brancas. Retiram-se 25 bolas com reposição. Qual a probabilidade de que:

   a) 2 sejam pretas?

   b) pelo menos 3 sejam pretas?

   Resolução:

   X: número de bolas pretas $\rightarrow P=\frac{20}{50}=0{,}4$

   Logo X: $B(25;\ 0{,}4)$

   a) $P(X=2)=\binom{25}{2}(0{,}4)^2(0{,}6)^{23}=\ 0{,}00038$

   b) $P(X\geq 3)\ =1-P(X<3)=1-\{P(X=0)+P(X=1)+$

$$+\ P(X=2)\}=1-\left\{\binom{25}{0}(0{,}4)^0(0{,}6)^{25}+\right.$$

$$\left.+\binom{25}{1}(0{,}4)^1(0{,}6)^{24}+\binom{25}{2}(0{,}4)^2(0{,}6)^{23}\right\}=$$

$$=1-\{0+0{,}00005+0{,}00038\}=1-0{,}00043=$$

$$=\ 0{,}99957$$

3. Numa estrada há 2 acidentes para cada 100 km. Qual a probabilidade de que em:

   a) 250 km ocorram pelo menos 3 acidentes?

b) 300 km ocorram 5 acidentes?

Resolução:

X: número de acidentes por β km (Poisson)

a) $\beta = 250 \rightarrow \lambda = 5$

$$P(X \geq 3) = 1 - P(X < 3) = 1 - \{P(X = 0) + P(X = 1) +$$

$$+ P(X = 2)\} = 1 - \left\{\frac{e^{-5} \cdot 5^0}{0!} + \frac{e^{-5} \cdot 5^1}{1!} + \right.$$

$$\left. + \frac{e^{-5} \cdot 5^2}{2!}\right\} = 1 - \{0,006738 + 0,033690 +$$

$$+ 0,084224\} = 1 - 0,124652 = \boxed{0,875348}$$

b) $\beta = 300 \rightarrow \lambda = 6$

$$P(X = 5) = \frac{e^{-6} \cdot 6^5}{5!} = \boxed{0,160623}$$

4. A probabilidade de um arqueiro acertar um alvo com uma única flecha é de 0,20. Lança 30 flechas no alvo. Qual a probabilidade de que:

a) exatamente 4 acertem o alvo?

b) pelo menos 3 acertem o alvo?

Resolução:

X: número de acertos no alvo $\rightarrow p = 0,20$

X: $B(30; 0,20)$

a) $P(X = 4) = \binom{30}{4}(0,2)^4\ (0,8)^{26} = \boxed{0,13252}$

b) $P(X \geq 3) = 1 - P(X < 3) = 1 - \{P(X = 0) + P(X = 1) +$

$$+ P(X = 2)\} = 1 - \left\{\binom{30}{0}(0,2)^0\ (0,8)^{30} + \right.$$

$$\left. + \binom{30}{1}(0,2)^1 (0,8)^{29} + \binom{30}{2}(0,2)^2\ (0,8)^{28}\right\} =$$

$$= 1 - \{0,00124 + 0,00929 + 0,03366\} =$$

$$= 1 - 0,04419 = \boxed{0,95581}$$

5. Um lote de aparelhos de TV é recebido por uma firma. Vinte aparelhos são inspecionados. O lote é rejeitado se pelo menos 4 forem defeituosos. Sabendo-se que 1% dos aparelhos é defeituoso, determinar a probabilidade de a firma rejeitar todo o lote.

Resolução:

X: número de aparelhos defeituosos

X: $B(20; 0,01)$

$$P(X \geq 4) = 1 - P(X < 4) = 1 - \left\{\binom{20}{0}(0,01)^0\ (0,99)^{20} + \right.$$

$$\left. + \binom{20}{1}(0,01)^1 (0,99)^{19} + \binom{20}{2}(0,01)^2 (0,99)^{18} + \binom{20}{3}(0,01)^3 (0,99)^{17}\right\} =$$

$$= 1 - \{0,81791 + 0,16523 + 0,01586 + 0,00096\} =$$

$$= 1 - 0,99996 = \boxed{0,00004}$$

6. Sabe-se que 20% dos animais submetidos a um certo tratamento não sobrevivem. Se esse tratamento foi aplicado em 20 animais e se X é o número de não-sobreviventes:

a) qual a distribuição de X?

b) calcular $E(X)$ e $VAR(X)$.

c) calcular $P(2 < X \leq 4)$.

d) calcular $P(X \geq 2)$.

Resolução:

a) X: $B(20; 0,2)$.

b) $E(X) = np = 20 \cdot 0,2 = 4$.

$$VAR(X) = npq = 20 \cdot 0,2 \cdot 0,8 = 3,2$$

c) $P(2 < x \leq 4) = P(X = 3) + P(X = 4) =$

$$= 0,20536 + 0,21820 = \boxed{0,42356}$$

d) $P(X \geq 2) = 1 - P(X < 2) = 1 - \{P(X = 0) + P(X = 1)\} =$

$$= 1 - \{0,01153 + 0,05765\} = 1 - 0,06918 = \boxed{0,93082}$$

7. A experiência mostra que de cada 400 lâmpadas, 2 se queimam ao serem ligadas. Qual a probabilidade de que numa instalação de:

a) 600 lâmpadas, no mínimo 3 se queimem?

b) 900 lâmpadas, exatamente 8 se queimem?

Resolução:

X: número de lâmpadas que se queimam numa instalação (Poisson)

a) $\lambda = 3$

$$P(X \geq 3) = 1 - P(X < 3) = 1 - \{P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2)\} = 1 - \{0{,}049787 + 0{,}149361 + 0{,}224042\} = 1 - 0{,}42319 = \boxed{0{,}57681}$$

b) $\lambda = 4{,}5$

$$P(X = 8) = \frac{e^{-4,5} \cdot (4{,}5)^8}{8!} = \boxed{0{,}046330}$$

8. Numa linha adutora de água, de 60 km de extensão, ocorrem 30 vazamentos no período de um mês. Qual a probabilidade de ocorrer, durante o mês, pelo menos 3 vazamentos num certo setor de 3 km de extensão?

Resolução:

X: número de vazamentos por 3 km

$$\left.\begin{array}{l} 60 \text{ km} \rightarrow 30 \text{ vazamentos} \\ 3 \text{ km} \rightarrow \lambda \end{array}\right\} \lambda = 1{,}5$$

$$P(X \geq 3) = 1 - P(X < 3) = 1 - \{P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2)\} =$$

$$= 1 - \left\{\frac{e^{-1,5}(1{,}5)^0}{0!} + \frac{e^{-1,5}(1{,}5)^1}{1!} + \frac{e^{-1,5}(1{,}5)^2}{2!}\right\} =$$

$$= 1\{0{,}223130 + 0{,}334695 + 0{,}251021\} =$$

$$= 1 - 0{,}808846 = \boxed{0{,}191154}$$

9. Numa fita de som, há um defeito em cada 200 pés. Qual a probabilidade de que:

a) em 500 pés não aconteça defeito?

b) em 800 pés ocorram pelo menos 3 defeitos?

Resolução:

X: número de defeitos por β pés (Poisson)

a) $\beta = 500 \rightarrow \lambda = 2{,}5$

$$P(X = 0) = \frac{e^{-2,5} \cdot (2{,}5)^0}{0!} = \boxed{0{,}082085}$$

b) $\beta = 800 \rightarrow \lambda = 4$

$$P(X \geq 3) = 1 - P(X < 3) = 1 - \left\{\frac{e^{-4} \cdot 4^0}{0!} + \frac{e^{-4} \cdot 4^1}{1!} + \frac{e^{-4} 4^2}{2!}\right\} =$$

$$1 - \{0{,}18316 + 0{,}073263 + 0{,}146525\} = 1 - 0{,}238104 = \boxed{0{,}761896}$$

10. O número de mortes por afogamento em fins de semana, numa cidade praiana, é de 2 para cada 50.000 habitantes. Qual a probabilidade de que em:

a) 200.000 habitantes ocorram 5 afogamentos?

b) 112.500 habitantes ocorram pelo menos 3 afogamentos?

Resolução:

X: número de afogamentos por β habitantes (Poisson)

a) $\beta = 200.000 \rightarrow \lambda = 8$

$$P(X = 5) = \frac{e^{-8} \cdot 8^5}{5!} = \boxed{0{,}091603}$$

b) $\beta = 112.500 \rightarrow \lambda = 4{,}5$

$$P(X \geq 3) = 1 - P(X < 3) = 1 - \{0{,}011109 + 0{,}049990 + 0{,}112479\} = 1 - 0{,}173578 =$$

$$= \boxed{0{,}826422}$$

11. Uma firma recebe 720 mensagens em seu fax em 8 horas de funcionamento. Qual a probabilidade de que:

a) em 6 minutos receba pelo menos 4 mensagens?

b) em 4 minutos não receba nenhuma mensagem?

Resolução:

X: número de mensagens por β minutos

a) $\beta = 6$ minutos

$$\left.\begin{array}{lcr} 720 \text{ mensagens} & \rightarrow & 480 \text{ min} \\ \lambda & \rightarrow & 6 \text{ min} \end{array}\right\} \lambda = 9$$

$$P(X \geq 4) = 1 - P(X < 4) = 1 - \left\{\frac{e^{-9} \cdot 9^0}{0!} + \frac{e^{-9} \cdot 9^1}{1!} + \frac{e^{-9} \cdot 9^2}{2!} + \frac{e^{-9} \cdot 9^3}{3!}\right\} =$$

$$= 1 - \{0{,}000123 + 0{,}001111 + 0{,}004998 + 0{,}014994\} = 1 - 0{,}021226$$

$$= \boxed{0{,}978774}$$

b) $\beta = 4$ minutos $\rightarrow \lambda = 6$

$$P(X = 0) = \frac{e^{-6} \cdot 6^0}{0!} = \boxed{0{,}002479}$$

12. Considere 10 tentativas independentes de um experimento. Cada tentativa admite sucesso com probabilidade 0,05. Seja X o número de sucessos:

a) Calcular $P(1 < x \leq 4)$.

b) Considere 100 tentativas independentes. Calcular $P(X \leq 2)$.

Resolução:

a) X: $B(10; 0{,}05)$

$$P(1 < x \leq 4) = \binom{10}{2}(0{,}05)^2(0{,}95)^8 + \binom{10}{3}(0{,}05)^3(0{,}95)^7 +$$

$$+\binom{10}{4}(0{,}05)^4(0{,}95)^6 = 0{,}07463 +$$

$$+ 0{,}01048 + 0{,}00096 = 0{,}08607$$

b) X: $B(100; 0{,}05)$. Usaremos a aproximação da binomial pela Poisson.

$$\lambda = 100 \cdot 0{,}05 = 5$$

$$P(X \leq 2) = \frac{e^{-5} \cdot 5^0}{0!} + \frac{e^{-5} \cdot 5^1}{1!} + \frac{e^{-5} \cdot 5^2}{2!} \cong$$

$$\cong 0{,}006738 + 0{,}033690 + 0{,}084224 =$$

$$= 0{,}124652$$

13. Numa urna há 40 bolas brancas e 60 pretas. Retiram-se 20 bolas. Qual a probabilidade de que ocorram no mínimo 2 bolas brancas, considerando as extrações:

a) sem reposição;

b) com reposição.

Resolução:

X: número de bolas brancas

a) Hipergeométrica

$$P(X \geq 2) = 1 - P(X < 2) = 1 - \{P(X = 0) + P(X = 1)\} =$$

$$= 1 - \left\{ \frac{\binom{40}{0}\binom{60}{20}}{\binom{100}{20}} + \frac{\binom{40}{1}\binom{60}{19}}{\binom{100}{20}} \right\} =$$

$$= 1 - \{0{,}000008 + 0{,}000153\} =$$

$$= 1 - 0{,}000161 = 0{,}999839$$

b) X: $B(20; 0{,}4)$

$$P = \frac{40}{100} = 0{,}4$$

$$P(X \geq 2) = 1 - P(X > 2) = 1 - \{0{,}00003 + 0{,}00049\} = 1 - 0{,}00052 = 0{,}99948$$

14. Um técnico visita os clientes que compraram assinatura de um canal de TV para verificar o decodificador. Sabe-se, por experiência, que 90% desses aparelhos não apresentam defeitos.

Resolução:

a) Determinar a probabilidade de que em 20 aparelhos pelo menos 17 não apresentem defeitos.

b) Se a probabilidade de defeito for de 0,0035, qual a probabilidade de que em 2.000 visitas ocorra no máximo 1 defeito?

a) X: número de decodificadores sem defeito

X: $B(20; 0{,}90)$

$$P(X \geq 17) = \binom{20}{17}(0{,}90)^{17}(0{,}10)^3 + \ldots + \binom{20}{20}(0{,}90)^{20}(0{,}10)^0 =$$

$$= 0{,}19012 + 0{,}28518 + 0{,}27017 + 0{,}12158 =$$

$$= 0{,}86705$$

b) Y: número de decodificadores defeituosos

Y: $B(2.000; 0{,}0035)$

Fazendo a aproximação pela Poisson, temos:

$\lambda = 2.000 \cdot 0{,}0035 \rightarrow \lambda = 7$

$$P(Y \leq 1) = \frac{e^{-7} \cdot 7^0}{0!} + \frac{e^{-7} \cdot 7^1}{1!} = 0{,}000912 + 0{,}006383 = 0{,}007295$$

15. Uma fábrica de motores para máquinas de lavar roupas separa de sua linha de produção diária de 350 peças uma amostra de 30 itens para inspeção. O número de peças defeituosas é de 14 por dia.

Qual a probabilidade de que a amostra contenha pelo menos 3 motores defeituosos?

Resolução:

X: número de motores defeituosos na amostra

X: Hipergeométrica

$N = 350$ $\quad r = 14$

$n = 30$

$$P(X \geq 3) = 1 - P(X < 3) = 1 - \{P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2)\} =$$

$$= 1 - \left\{ \frac{\binom{14}{0}\binom{336}{30}}{\binom{350}{30}} + \frac{\binom{14}{1}\binom{336}{29}}{\binom{350}{30}} + \frac{\binom{14}{2}\binom{336}{28}}{\binom{350}{30}} \right\} =$$

$$= 1 - \{0{,}278142 + 0{,}380521 + 0{,}232884\} =$$

$$= 1 - 0{,}891547 = 0{,}108453$$

16. Seja X: $B(200; 0{,}04)$. Usando aproximação, calcular:

a) $P(X=6)$;

b) $P(X+2\sigma>\mu)$.

Resolução:

Sendo $Z=4X-5$, calcular $E(Z)$ e $VAR(Z)$.

$$\mu=E(X)=200\cdot 0{,}04=8$$

$$\sigma^2=VAR(X)=200\cdot 0{,}04\cdot 0{,}96=7{,}68\rightarrow\sigma=2{,}77$$

Aproximando pela Poisson, temos:

$$\lambda=200\cdot 0{,}04=8.$$

a) $P(X=6)=\dfrac{e^{-8}\cdot 8^6}{6!}\cong 0{,}122138$

b) $P(X+2\sigma>\mu)=P(X+2\cdot 2{,}77>8)=P(X>2{,}46)=$

$=1-P(X\le 2{,}46)=1-P(X\le 2)=$

$=1-\{0{,}000336+0{,}002684+0{,}010735\}=$

$=1-0{,}013755=0{,}986245$

$$\text{se } Z=4X-5\begin{cases}E(Z)=4\cdot 8-5=27\\ VAR(Z)=16\cdot VAR(X)=16\cdot 7{,}68=122{,}88\end{cases}$$

17. Seja X: $B(400; 0{,}02)$. Calcular, usando a aproximação pela Poisson:

a) $P(X=7)$

b) $P(2\le X<6)$

c) $P(X\ge 3)$

Resolução:

$\lambda=np=400\cdot 0{,}02=8$

a) $P(X=7)=\dfrac{e^{-8}\cdot 8^7}{7!}=0{,}139587$

b) $P(2\le X<6)=\dfrac{e^{-8}\cdot 8^2}{2!}+\dfrac{e^{-8}\cdot 8^3}{3!}+\dfrac{e^{-8}\cdot 8^4}{4!}+$

$+\dfrac{e^{-8}\cdot 8^5}{5!}=0{,}010735+0{,}028626+0{,}057252+0{,}091603=$

$=0{,}188216$

c) $P(X\ge 3)=1-P(X<3)=1-\{P(X=0)+P(X=1)+$

$+P(X=2)\}=1-\{0{,}000336+0{,}002684+0{,}010735\}=$

$=1-0{,}013755=0{,}986245$

18. Uma urna tem 10 bolas brancas e 40 pretas.

a) Qual a probabilidade de que a 6ª bola retirada com reposição seja a 1ª branca?

b) Qual a probabilidade de que de 16 bolas retiradas sem reposição ocorram 3 brancas?

c) Qual a probabilidade de que a 15ª bola extraída com reposição seja a 6ª branca?

d) Qual a probabilidade de que em 30 bolas retiradas com reposição ocorram no máximo 2 brancas?

e) Se o número de bolas na urna fosse 50 brancas e 950 pretas, qual a probabilidade de que, retirando-se 200 bolas, com reposição, ocorressem pelo menos 3 brancas?

Resolução:

a) Geométrica:

$$p=\frac{10}{50}=0{,}2\rightarrow q=0{,}8$$

$$P(X=6)=(0{,}8)^5\cdot 0{,}2=0{,}065536$$

b) Hipergeométrica:

$$P(X=3)=\frac{\binom{10}{3}\binom{40}{13}}{\binom{50}{16}}=0{,}293273$$

c) Pascal:

$$P(X=15)=\binom{14}{5}(0{,}2)^6(0{,}8)^9=008599$$

d) Binomial $\rightarrow X$: $B(30; 0{,}2)$

$$P(X\le 2)=\binom{30}{0}(0{,}2)^0(0{,}8)^{30}+\binom{30}{1}(0{,}2)^1(0{,}8)^{29}+$$

$$+\binom{30}{2}(0{,}2)^2(0{,}8)^{28}=0{,}00124+0{,}00929+$$

$$+0{,}03366=0{,}04419$$

e) X: $(200; 0{,}05)\rightarrow$ Usaremos a aproximação pela Poisson $\rightarrow$

$\rightarrow\lambda=200\cdot 0{,}05=10$

$P(X\ge 3)=1-P(X<3)=$

$$=1-\left\{\frac{e^{-10}\cdot 10^0}{0!}+\frac{e^{-10}\cdot 10^1}{1!}+\right.$$

$$\left.+\frac{e^{-10}\cdot 10^2}{2!}\right\}=1-\{0,000045+$$

$$+0,000454+0,002270\}$$

$$=1-0,002769=\boxed{0,997231}$$

19. Vinte por cento dos refrigeradores produzidos por uma empresa são defeituosos. Os aparelhos são vendidos em lotes com 50 unidades. Um comprador adotou o seguinte procedimento: de cada lote ele testa 20 aparelhos, e se houver pelo menos 2 defeituosos o lote é rejeitado. Admitindo-se que o comprador tenha aceitado o lote, qual a probabilidade de ter observado exatamente um aparelho defeituoso?

Resolução:

X: número de defeituosos no lote de 20 aparelhos

X: $B(20; 0,2)$

$P(\text{Aceitar}) = P(X<2) = P(X=0) + P(X=1) =$

$$=\binom{20}{0}(0,2)^0(0,8)^{20}+\binom{20}{1}(0,2)^1(0,8)^{19}=$$

$$=0,01153+0,05365=0,06918$$

$$P(X=1/\text{Aceitou})=\frac{P(X=1)}{P(\text{Aceitar})}=\frac{0,05765}{0,06918}=\boxed{0,83333}$$

20. Um determinado artigo é vendido em caixa a preço de R$ 20,00 cada. É característica de produção que 20% destes artigos sejam defeituosos. Um comprador fez a seguinte proposta: de cada caixa escolhe 25 artigos, ao acaso, e paga por caixa:
R$ 25,00, se nenhum artigo, dos selecionados, for defeituoso;
R$ 17,00, se um ou dois artigos forem defeituosos;
R$ 10,00, se três ou mais forem defeituosos. O que é melhor para o fabricante: manter o seu preço de R$ 20,00 por caixa ou aceitar a proposta do consumidor?

Resolução:

X: número de artigos defeituosos

X: $B(25; 0,2)$

$P(X=0) = 0,00378$

$P(1 \leq X \leq 2) = P(X=1) + P(X=2) =$

$= 0,02361 + 0,07084 = 0,09445$

$P(X \geq 3) = 1 - \{0,00378 + 0,02361 + 0,07084\} =$

$= 1 - 0,09823 = 0,90177$

Y: pagamento por caixa do consumidor.

Y	$P(Y)$	$Y \cdot P(Y)$
25,00	0,00378	0,0945
17,00	0,09445	1,60565
10,00	0,90177	9,0177
	1	10,71785

$$E(Y) = 10,72,$$

que é o preço médio por caixa da proposta do comprador.

Logo, o fabricante deve manter seu preço de R$ 20,00 por caixa.

21. Sejam X e Y variáveis aleatórias independentes com distribuições de Poisson, X com média 0,2, $X = 0, 1, 2$ e Y com média 1, $Y = 0, 1, 2, 3, 4$. Seja $Z = |2X - Y|$, determinar $E(Z)$ **usando a distribuição de probabilidade de Z.**

Resolução:

Os valores de $P(X)$ e $P(Y)$ foram tirados da tabela da distribuição de Poisson, para $\lambda = 0,2$ e $\lambda = 1$, respectivamente, fazendo o arredondamento na 2ª decimal.

X	$P(X)$
0	0,82
1	0,16
2	0,02
Σ	1

Y	$P(Y)$
0	0,37
1	0,37
2	0,18
3	0,06
4	0,02
Σ	1

X \ Y	0	1	2	3	4	$P(X)$
0	0,30	0,30	0,15	0,05	0,02	0,82
1	0,06	0,06	0,03	0,01	0	0,16
2	0,01	0,01	0	0	0	0,02
$P(Y)$	0,37	0,37	0,18	0,06	0,02	1

$Z = |2X - Y|$

Z	$P(Z)$	$Z \cdot P(Z)$
0	0,33	0
1	0,37	0,37
2	0,21	0,42
3	0,06	0,18
4	0,03	0,12
Σ	1	1,09

$\therefore E(Z) = 1{,}09$

$E(|2X - Y|) = 1{,}09$

Exercícios propostos

1. Seja $X: B\left(10, \frac{2}{5}\right)$. Calcular:

a) $P(X = 3)$;
b) $P(X \leq 2)$;
c) $P(X \geq 4)$;
d) $P(X - 2 < 1)$;
e) $P(|X - 2| \leq 1)$;
f) $P(3 < X \leq 5)$;
g) $P(|X - 3| > 1)$;
h) $E(X)$ e $VAR(X)$;
i) $E(Z)$ e $VAR(Z)$, sendo $Z = \dfrac{X - \mu_x}{\sigma_x}$.

2. Seja X: $B(n, p)$. Sabendo-se que $E(X) = 12$ e $VAR(X) = 4$, determinar n, p, $E(Z)$ e $VAR(Z)$, sendo $Z = \dfrac{X-6}{3}$.

3. Uma remessa de 800 estabilizadores de tensão é recebida pelo controle de qualidade de uma empresa. São inspecionados 20 aparelhos da remessa, que será aceita se ocorrer no máximo um defeituoso. Há 80 defeituosos no lote. Qual a probabilidade de o lote ser aceito?

4. Numa cidade, é selecionada uma amostra de 60 adultos e a esses indivíduos é pedido para opinarem se são a favor ou contra determinado projeto. Como resultado obtido, observou-se 40 a favor. Se na realidade as opiniões pró e contra são igualmente divididas, qual é a probabilidade de ter obtido tal resultado?

5. Um órgão governamental credencia a firma A para fazer vistorias em carros recuperados ou construídos particularmente e dar a aprovação ou não para que determinado carro possa ser lacrado no Detran. Resolve testar se a firma A está trabalhando de acordo com suas especificações. De um lote de 250 carros vistoriados e aprovados por A, escolhe 50 e faz novas vistorias. Se encontrar no mínimo 2 que não mereçam a aprovação, descredencia A. Sabendo-se que no lote de 250 há 8 carros que foram aprovados irregularmente, qual a probabilidade do descredenciamento?

6. O número de partículas gama emitidas por segundo, por certa substância radioativa, é uma variável aleatória com distribuição de Poisson com $\lambda = 3{,}0$. Se um instrumento registrador torna-se inoperante quando há mais de 4 partículas por segundo, qual a probabilidade de isso acontecer em qualquer dado segundo?

7. Uma máquina produz determinado artigo; no fim de cada dia de trabalho ela é inspecionada com a finalidade de se verificar a necessidade, ou não, de ser submetida a ajuste ou reparo. Para tal fim, um inspetor toma uma amostra de 10 itens produzidos pela máquina, decidindo por ajuste ao assinalar de um a cinco itens defeituosos, e por reparo, no caso de mais de cinco itens defeituosos. Se a máquina está produzindo, em média, 1% de itens defeituosos, determinar a probabilidade, após uma inspeção:

a) de não ser necessário ajuste ou reparo;
b) de ser necessário apenas ajuste;
c) de ser necessário reparo.

8. Na fabricação de um tecido ocorrem 2 tipos de defeitos: falha na pigmentação e falha na trama. O quadro abaixo representa a distribuição de probabilidades de ocorrências destes defeitos em uma peça, sendo X a quantidade de falhas de pigmentação e Y a quantidade de falhas de trama.

a) Qual a probabilidade de se encontrar, num lote de 20 peças, no máximo 18 peças sem nenhum defeito?
b) Qual a probabilidade de se encontrar, num lote de 25 peças, no máximo 3 peças com pelo menos 3 defeitos em cada uma?

X \ Y	0	1	0
0	0,7	0,05	0,06
1	0,05	0,02	0,055
2	0,02	0,03	0,015

9. Em um pronto-socorro, o número de atendimentos de emergência segue uma distribuição de Poisson com média de 60 atendimentos por hora. Calcular:

a) A probabilidade de o pronto-socorro não efetuar nenhum atendimento em um intervalo de 5 minutos.
b) A probabilidade de o pronto-socorro efetuar pelo menos 2 atendimentos em um intervalo de 10 minutos.

10. Uma fábrica de automóveis verificou que, ao testar seus carros na pista de prova, há, em média, um estouro de pneu em cada 300 km, e que o número de pneus estourados segue razoavelmente uma distribuição de Poisson. Qual a probabilidade de que:

a) um teste de 900 km haja no máximo um pneu estourado?
b) um carro ande 450 km na pista sem estourar nenhum pneu?

11. Uma fábrica produz isoladores de alta tensão que são classificados como bons e ruins de acordo com um teste padrão. Da produção de um dia retiraram-se 10 isoladores que no laboratório apresentam-se como sendo 8 bons e 2 ruins. Pede-se para calcular a probabilidade deste resultado, admitindo que a máquina produza em média:
   a) 95% de bons e 5% de ruins.
   b) 0% de bons e 10% de ruins.

12. Oito dados são lançados simultaneamente. Seja X o número de vezes que ocorre a face 3, calcule:
   a) $P(1 < X \leq 4)$.
   b) $P(X \geq 3)$.
   c) $E(X)$.
   d) $VAR(X)$.

13. Calcular em 9 lances de uma moeda não viciada a probabilidade de que se tenha:
   a) Menos de 3 caras.
   b) Pelo menos 4 caras.
   c) Exatamente 2 caras.

14. Um caixa de banco atende 150 clientes por hora. Qual a probabilidade de que atenda:
   a) Nenhum cliente em 4 minutos.
   b) No máximo dois clientes em 2 minutos.

15. Sejam $X_1, X_2, \ldots, X_n$, n variáveis aleatórias independentes, com distribuição de Bernoulli, com parâmetros p.
   Seja $X = X_1 + X_2 + \ldots + X_n$, prove que:
   a) $E(X) = np$.
   b) $VAR(X) = npq$.

16. Na fabricação de peças de determinado tecido aparecem defeitos ao acaso, um a cada 250 m. Supondo-se a distribuição de Poisson para os defeitos, qual a probabilidade de que na produção de 1.000 m:
   a) não haja defeito?
   b) aconteçam pelo menos três defeitos?
   c) em um período de 80 dias de trabalho, a produção diária é de 625 m. Em quantos dias haverá uma produção sem defeito?

17. O CRH de uma firma entrevista 150 candidatos a emprego por hora. Qual a probabilidade de entrevistar:
   a) no máximo 3 candidatos em 2 minutos?
   b) exatamente 8 candidatos em 4 minutos?

18. Seja X: $B(300; 0{,}01)$. Usando aproximação pela Poisson, calcular:
   a) $P(X = 4)$.
   b) $P(X \geq 2)$.
   c) $P(1 < X \leq 4)$.

19. Um inspetor de qualidade recusa peças defeituosas numa proporção de 10% das peças examinadas. Calcular a probabilidade de que sejam recusadas:
   a) Pelo menos 3 peças de um lote com 20 peças examinadas.
   b) No máximo 2 peças de um lote de 25 peças examinadas.

20. Sendo X: $B(200; 0{,}025)$ e usando aproximação, calcular:
   a) $P(X > 4)$.
   b) $P(X = 5)$.
   c) $P(X \leq 2)$.
   d) $P(|X - 2| < 1)$.

21. A probabilidade de um atirador acertar no alvo num único tiro é 1/4. O atirador atira 20 vezes no alvo. Qual a probabilidade de acertar:
   a) Exatamente 5 vezes.
   b) Pelo menos 3 vezes.
   c) Nenhuma vez.
   d) No máximo 4 vezes.

22. De acordo com a Divisão de Estatística Vital do Departamento de Saúde dos Estados Unidos, a média anual de afogamentos acidentais neste país é de 3 por 100.000 indivíduos. Determinar a probabilidade de que em uma cidade com 300.000 habitantes se verifiquem:
   a) Nenhum afogamento.
   b) No máximo 2 afogamentos.
   c) Mais de 4 e menos de 8 afogamentos.

23. Em teste com um motor, há falhas em 2 componentes, a cada 5 horas. Qual a probabilidade de que:
   a) Em 10 horas de testes nenhum componente falhe.
   b) Em 7 1/2 horas de testes ocorram falhas no máximo em 3 componentes.

24. Num lote de 40 peças, 20% são defeituosas. Retiram-se 10 peças do lote. Qual a probabilidade de se encontrar:
   a) 3 defeituosas.
   b) No máximo 2 defeituosas.

25. Uma urna contém 8 bolas brancas e 12 pretas. Retiram-se 10 bolas com reposição. Qual a probabilidade de que:

a) no máximo 2 sejam brancas?

b) 3 sejam brancas?

26. A probabilidade de uma máquina produzir uma peça defeituosa, em um dia, é de 0,1.

    a) Qual a probabilidade de que em 20 peças produzidas pela máquina, em um dia, ocorram 3 defeituosas?

    b) Qual a probabilidade de que a 18ª peça produzida no dia seja a 4ª defeituosa?

    c) Qual a probabilidade de que a 10ª peça produzida em um dia seja a 1ª defeituosa?

    d) Separa-se um lote de 50 peças das 400 produzidas em um dia. Qual a probabilidade de que 5 sejam defeituosas, sabendo-se que das 400, 20 são defeituosas?

    e) Se a probabilidade da máquina produzir uma peça defeituosa, num dia, fosse de 0,01, qual a probabilidade de se ter no máximo 4 defeituosas em um dia de 500 peças produzidas?

27. Sabe-se que o número de passageiros por veículos tipo van em determinada rodovia segue aproximadamente uma distribuição binomial com parâmetros $n = 10$ e $p = 0,3$ (utilize apenas 2 casas decimais).

    a) Calcular o número médio de ocupantes por veículo.

    b) Qual a probabilidade de que, em um determinado dia, a quinta van que passar por esta rodovia seja a segunda a transportar mais do que 3 pessoas?

    c) A taxa de pedágio nesta rodovia é cobrada da seguinte maneira: se o veículo transporta uma pessoa apenas (só o motorista), é cobrado R$ 6,00; se o veículo tem 2 ou 3 ocupantes, R$ 4,00; e se tiver mais do que 3 ocupantes, R$ 2,00. Calcular a arrecadação média diária, sabendo-se que, em média, passam 300 veículos por dia neste pedágio.