

## Valor esperado

A média de uma variável aleatória representa o que você esperaria acontecer em milhares de testes. Ele também é chamado de *valor esperado*.

### Definição

O **valor esperado** de uma variável aleatória discreta é igual à média da variável aleatória.

$$\text{Valor esperado} = E(x) = \mu = \sum xP(x).$$

Embora as probabilidades nunca possam ser negativas, o valor esperado de uma variável aleatória pode ser negativo.

### Exemplo 7

#### Encontrando um valor esperado

Em um sorteio, 1.500 bilhetes são vendidos a \$ 2 cada, para prêmios de \$ 500, \$ 250, \$ 150 e \$ 75. Você compra um bilhete. Qual é o valor esperado do seu lucro?

#### Solução

Para encontrar o lucro para cada prêmio, subtraia o preço do bilhete do prêmio. Por exemplo, o seu lucro para o prêmio de \$ 500 é:

$$\$ 500 - \$ 2 = \$ 498$$

e o seu lucro para o prêmio de \$ 250 é:

$$\$ 250 - \$ 2 = \$ 248.$$

Escreva a distribuição de probabilidade para os possíveis lucros (ou resultados).

Lucro, $x$	\$ 498	\$ 248	\$ 148	\$ 73	-\$ 2
Probabilidade, $P(x)$	$\frac{1}{1.500}$	$\frac{1}{1.500}$	$\frac{1}{1.500}$	$\frac{1}{1.500}$	$\frac{1.496}{1.500}$

Agora, usando a distribuição de probabilidades, você pode encontrar o valor esperado.

$$\begin{aligned} E(x) &= \sum xP(x) \\ &= \$ 498 \cdot \frac{1}{1.500} + \$ 248 \cdot \frac{1}{1.500} + \$ 148 \cdot \frac{1}{1.500} + \$ 73 \cdot \frac{1}{1.500} + (-\$ 2) \cdot \frac{1.496}{1.500} \\ &= -\$ 1,35 \end{aligned}$$

#### Interpretação

Como o valor esperado é negativo, você pode esperar perder uma média de \$ 1,35 por cada bilhete que comprar.

Em um sorteio, 2.000 bilhetes são vendidos por \$ 5 cada, para prêmios de \$ 2.000, \$ 1.000, \$ 500, \$ 250 e \$ 100. Você compra um bilhete. Qual é valor esperado do seu lucro?

- Encontre o *lucro* para cada prêmio.
- Escreva a *distribuição de probabilidade* para os possíveis lucros.
- Encontre o *valor esperado*.
- Interprete os resultados.

Resposta na p. A39

### Importante

Na maioria das aplicações, um valor esperado de zero tem uma interpretação prática. Por exemplo, nos jogos de azar, um valor esperado 0 implica que um jogo é justo (uma ocorrência incomum). Na análise de lucros e perdas, um valor esperado de zero representa o ponto crítico para evidenciar lucros.

## Exercícios propostos

- Uma urna tem 4 bolas brancas e 3 pretas. Retiram-se 3 bolas sem reposição. Seja  $X$ , número de bolas brancas, determinar a distribuição de probabilidades de  $X$ .
- Fazer o exercício anterior considerando extração com reposição.
- Dada a tabela:

$X$	0	1	2	3	4	5
$P(X)$	0	$P^2$	$P^2$	$P$	$P$	$P^2$

- Ache  $p$ ;
  - Calcule  $P(X \geq 4)$  e  $P(X < 3)$ ;
  - Calcule  $P(|X - 3| < 2)$ .
- As probabilidades de que haja 1, 2, 3, 4 ou 5 pessoas em cada carro que vá ao litoral num sábado são, respectivamente: 0,05; 0,20; 0,40; 0,25 e 0,10. Qual o número médio de pessoas por carro? Se chegam no litoral 4000 carros por hora, qual o número esperado de pessoas, em 10 horas de contagem?
  - Uma urna contém 6 bolas numeradas de 1 a 6. Uma pessoa paga R\$ 600,00 e retira aleatoriamente uma bola. Se retirar a bola 6 recebe R\$ 1.500,00; se retirar as bolas 2, 3, 4 ou 5 nada recebe; e se retirar a bola 1 irá escolher outra bola, sem repor a primeira, e se esta segunda for a bola 6, recebe R\$ 3.600,00; caso contrário, nada recebe. Calcular quanto a pessoa que está jogando espera lucrar.
  - Um produtor de sementes vende pacotes com 15 sementes cada um. Os pacotes que apresentam mais de duas sementes sem germinar são indenizados. A probabilidade de uma semente germinar é de 95%.
    - Qual a probabilidade de um pacote não ser indenizado?
    - Se o produtor vende 2000 pacotes, qual o número esperado de pacotes que serão indenizados?
    - Se um pacote é indenizado, o produtor tem um prejuízo de R\$ 24,50, e se o pacote não é indenizado, tem um lucro de R\$ 50,40. Qual o lucro esperado por pacote?
  - Dois jogadores fazem uma aposta.  $A$  paga R\$ 100,00 para  $B$  e lança duas moedas viciadas não simultaneamente. A probabilidade de sair cara da 1ª moeda é 0,3, e da 2ª; moeda é 0,2. Se sair cara na 1ª moeda tem o direito de lançar a 2ª; se sair cara na 2ª moeda ganha R\$ 200,00; e se sair coroa, ganha R\$ 100,00. Se sair coroa na 1ª moeda,  $A$  nada ganha. Qual a esperança de lucro do jogador  $A$  em uma única jogada?
  - Um jogador  $A$  paga R\$ 5,00 a  $B$  e lança um dado. Se sair face 3, ganha R\$ 20,00. Se sair faces 4, 5 ou 6, perde. Se sair faces 1 ou 2, tem o direito de jogar novamente. Desta vez lança dois dados. Se sair duas faces 6, ganha R\$ 50,00. Se sair uma face 6, recebe o dinheiro pago de volta. Nos demais casos, perde. Seja  $X$  o lucro líquido do jogador  $A$  nesse jogo.

Determinar: a) Distribuição de Probabilidade de  $X$ ;  
b)  $E(X)$ .