

É **proibido** o uso de **telefone celular, smartphones, tablets ou calculadoras programáveis**, assim como o empréstimo de materiais. Só é permitida calculadora científica comum. **Não é permitido ao aluno sair da sala antes da entrega desta prova. O desenvolvimento de todos os cálculos deve estar presente na prova.**

Nome: _____ Assinatura: _____

1) Considere os pontos $A(2, -4, 1)$, $B(-1, 3, 5)$, $C(3, -2, 3)$ e $D(-1, -1, -2)$.

a. [1,0 ponto] Determine o ângulo entre as retas r , que passa pelos pontos A e C , e s , que passa pelos pontos B e D .

b. [1,0 ponto] Determine a distância entre o plano π , formado pelos pontos A , B e C , e o ponto D .

2) O vetor $\vec{u} = (2, 1, -4)$ pertence à reta r . A reta r pertence ao plano π . O ponto $P(4, 2, 5)$ pertence ao plano π e o ponto $Q(-3, 2, 1)$ pertence à reta r .

a. [1,0 ponto] Determine as equações simétricas da reta s que passa pelo ponto $A(2, 2, -1)$ e é simultaneamente perpendicular à reta r e ao plano π .

b. [1,0 ponto] A reta t , paralela à reta r , passa pelo ponto $B(4, 5, -2)$. Determine a distância entre as retas r e t .

3) Considere as retas $r : \begin{cases} y = -3x - 2 \\ z = 4x \end{cases}$, $s : \begin{cases} -2x + 4 = y + 2 \\ -4 = -3z \end{cases} = z$ e $w : \begin{cases} x = 2 - 4t \\ y = -5 + 6t \\ z = 1 - 2t \end{cases}$. Nos itens a.

e b., determine a posição relativa entre os pares de retas solicitados. Se forem *paralelas*, determine a equação do plano que passa por elas; se forem *concorrentes*, determine o ponto de interseção; se forem *reversas*, determine a distância entre elas.

a. [1,5 ponto] Retas s e w .

b. [1,5 ponto] Retas r e w .

4) Considere os planos $\pi_1 : 2x - 3y + z + 9 = 0$, $\pi_2 : -5x - 2y + 4z - 2 = 0$ e $\pi_3 : 3x + 4y + z = 0$. Determine:

a. [1,5 ponto] O ângulo entre a reta t , formada pela intersecção dos planos π_1 e π_2 , e o plano π_3 .

b. [0,5 ponto] Entre os três planos dados, existe algum par de planos de sejam perpendiculares entre si? Justifique.

c. [0,5 ponto] A origem do sistema de coordenadas, pertence a algum destes planos? Justifique.

d. [0,5 ponto] Determine um vetor ligando um ponto do plano π_2 a um ponto do plano π_3 .

$$\cos(\theta) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| |\vec{v}|} \quad \sin(\phi) = \frac{|\vec{n} \cdot \vec{v}|}{|\vec{n}| |\vec{v}|} \quad (\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}) = \begin{vmatrix} u_x & u_y & u_z \\ v_x & v_y & v_z \\ w_x & w_y & w_z \end{vmatrix} \quad \vec{u} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ u_x & u_y & u_z \\ v_x & v_y & v_z \end{vmatrix}$$

$$|\vec{u}| = \sqrt{\vec{u} \cdot \vec{u}} \quad \vec{u} \times \vec{v} = |\vec{u}| |\vec{v}| \sin(\theta) \quad \vec{u} \cdot \vec{v} = u_x v_x + u_y v_y + u_z v_z \quad d(r, P) = d(r, s) = \frac{|\vec{v} \times \vec{AP}|}{|\vec{v}|}$$

$$d(r, s) = \frac{|(\vec{u}, \vec{v}, \vec{AB})|}{|\vec{u} \times \vec{v}|} \quad d(\pi, P) = d(\pi, r) = d(\pi_1, \pi_2) = \frac{|\vec{n} \cdot \vec{AP}|}{|\vec{n}|}$$