Universidade do Estado de Santa Catarina
Centro de Ciências Tecnológicas - CCT
Departamento de Matemática
Antônio João Fidélis

GAN1001 – Geometria Analítica PROVA I 04/09/2013 Turma K

É **proibido** o uso de **telefone celular, smartphones, tablets** (que devem permanecer **desligados** durante a prova) ou **calculadoras programáveis**, assim como o empréstimo de materiais durante a prova. Só é permitido o uso de calculadora científica comum. **Não é permitido ao aluno sair da sala antes da entrega desta prova. O desenvolvimento de todos os cálculos deve estar presente na prova.**

Nome: ______________________________ *Assinatura:* ______________

1) Considere o vetor $\vec{u}$ com origem no ponto $A(3,-1,4)$ e extremidade no ponto $B(-2,4,1)$, o vetor $\vec{v}$ com origem no ponto $C(-2,-3,4)$ e extremidade no ponto $D(0,2,1)$ e $\vec{w}=(-16,-5,3)$.

a. [**1,0 ponto**] Determine se os vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ são paralelos, ortogonais ou nem paralelos nem ortogonais.

b. [**1,0 ponto**] Escreva o vetor $\vec{w}$ como combinação linear dos vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$.

2) Sejam $A(3,1)$, $B(-5,1)$, $C(1,1+2\sqrt{3})$, $D(-3,1+2\sqrt{3})$, $E(1,1-2\sqrt{3})$ e $F(-3,1-2\sqrt{3})$ pontos do $\mathbb{R}^2$.

a. [**1,0 ponto**] Represente, em escala, estes pontos no plano cartesiano, identificando-os.

b. [**1,0 ponto**] Determine a área do polígono formado por estes pontos. (Sugestão: ligue os pontos.)

3) Considere os vetores $\vec{M}=4\hat{\imath}-2\hat{\jmath}+5\hat{k}$ e $\vec{N}=-2\hat{\imath}+2\hat{\jmath}+\hat{k}$ e $\left|\vec{L}\right|=4$.

a. [**1,0 ponto**] Determine, em graus, o ângulo entre os vetores $\vec{M}$ e $\vec{N}$.

b. [**1,0 ponto**] Sabendo que o ângulo entre $\vec{L}$ e $\left(\vec{M}\times\vec{N}\right)$ é de 120^o, determine o volume do paralelepípedo formado pelos vetores $\vec{L}$, $\vec{M}$ e $\vec{N}$.

4) Sabendo que $|\vec{u}|=5$ e $|\vec{v}|=3$, determine o valor de:

a. [**1,0 ponto**] $\sqrt{(\vec{u}\cdot\vec{v})^2+|\vec{u}\times\vec{v}|^2}$.

b. [**1,0 ponto**] $\sqrt{(\vec{u}+\vec{v})\cdot(\vec{u}-\vec{v})}$.

5) Sejam $\vec{R}=(128,0)$, $\vec{S}=(-64,64\sqrt{3})$ e $\vec{T}=(-64,-64\sqrt{3})$.

a. [**1,0 ponto**] Determine os vetores $\vec{u}=\vec{R}-\vec{S}$ e $\vec{v}=\vec{S}-\vec{T}$ e o ângulo entre $\vec{u}$ e $\vec{v}$.

b. [**1,0 ponto**] Determine a projeção de $\vec{u}$ sobre $\vec{T}$ e a projeção de $\vec{u}$ sobre $\vec{S}$.

$\vec{u}=(x_1,y_1,z_1)$ $\quad\vec{v}=(x_2,y_2,z_2)$ $\quad\vec{w}=(x_3,y_3,z_3)$ $\quad\vec{u}\cdot\vec{v}=x_1x_2+y_1y_2+z_1z_2$ $\quad\vec{u}\cdot\vec{v}=|\vec{u}|\,|\vec{v}|\cos(\theta)$

$|\vec{u}|^2=\vec{u}\cdot\vec{u}$ $\quad|\vec{u}|=\sqrt{\vec{u}\cdot\vec{u}}$ $\quad\mathrm{proj}_{\vec{w}}\vec{u}=\left(\dfrac{\vec{u}\cdot\vec{w}}{\vec{w}\cdot\vec{w}}\right)\vec{w}$ $\quad\vec{u}\times\vec{v}=\begin{vmatrix}\hat{\imath}&\hat{\jmath}&\hat{k}\\x_1&y_1&z_1\\x_2&y_2&z_2\end{vmatrix}$ $\quad|\vec{u}\times\vec{v}|=|\vec{u}|\,|\vec{v}|\sin(\theta)$

$$\mathrm{A}_{\text{triângulo}}=\frac{|\vec{u}\times\vec{v}|}{2}\qquad\vec{u}\cdot(\vec{v}\times\vec{w})=(\vec{u},\vec{v},\vec{w})=\begin{vmatrix}x_1&y_1&z_1\\x_2&y_2&z_2\\x_3&y_3&z_3\end{vmatrix}\qquad\mathrm{V}_{\text{paralelepípedo}}=|\vec{u}\cdot(\vec{v}\times\vec{w})|$$