Universidade do Estado de Santa Catarina
Centro de Ciências Tecnológicas - CCT
Departamento de Matemática
Antônio João Fidélis

MAP – Matemática Aplicada **PROVA III** **12/11/2013** **Turma A**

É **proibido** o uso de **telefone celular, smartphones, tablets ou calculadoras programáveis**, assim como o **empréstimo de materiais** durante a prova. Só é permitido o uso de calculadora científica comum. Aproximações numéricas serão desconsideradas. **O desenvolvimento de todos os cálculos deve estar presente na prova.**

Nome: ______________________________ *Assinatura:* ____________________

1) [2,0 pontos] Parametrize a parte do paraboloide elíptico com concavidade voltada para o semi-eixo $-Oz$, que está no primeiro octante, de vértice no ponto $V(0,0,4)$ e que intercepta o eixo x no ponto $A(4,0,0)$ e o eixo y no ponto $C(0,6,0)$. Informe os limites dos parâmetros. Determine a equação da reta normal ao ponto $P\left(1, \frac{3\sqrt{3}}{2}, 3\right)$.

2) [2,0 pontos] Determine a área da superfície do paraboloide $x = y^2 + z^2$ entre $x = 0$ e $x = 9$ e a equação do plano tangente ao ponto $Q\left(4, \sqrt{2}, -\sqrt{2}\right)$.

3) [2,0 pontos] Determine o fluxo de um líquido cujo campo de velocidade é dado por $\vec{V}(x, y, z) = (z, y, x)$ através de uma esfera de raio 2 e centrada na origem do sistema de coordenadas. Qual seu significado?

4) [2,0 pontos] Use o Teorema de Stokes para calcular $I = \iint\limits_S \vec{\nabla} \times \vec{F} \cdot \vec{n} dS$, com $\vec{F}(x, y, z) = xz\hat{\imath} + yz\hat{\jmath} + xy\hat{k}$, e S é a parte da esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ que está dentro do cilindro $x^2 + y^2 = 1$ acima do plano xOy.

5) [2,0 pontos] Seja $L = \iint\limits_S \vec{G} \cdot dS$, com $\vec{G}(x, y, z) = xy\hat{\imath} + \left(y^2 + e^{xz^2}\right)\hat{\jmath} + \sin(xy)\hat{k}$, com S sendo a superfície da região T definida pelo cilindro parabólico $z = 1 - x^2$ e pelos planos $z = 0$, $y = 0$ e $y + z = 2$. Use o Teorema do Divergente para calcular L.

$$\vec{r}(u, v) = x(u, v)\hat{\imath} + y(u, v)\hat{\jmath} + z(u, v)\hat{k},\ u, v \in R \qquad \vec{n} = \pm \frac{\frac{\partial \vec{r}}{\partial u} \times \frac{\partial \vec{r}}{\partial v}}{\left|\frac{\partial \vec{r}}{\partial u} \times \frac{\partial \vec{r}}{\partial v}\right|}$$

$$a(S) = \iint\limits_R \left|\frac{\partial \vec{r}}{\partial u} \times \frac{\partial \vec{r}}{\partial v}\right| du\, dv \qquad a(S) = \iint\limits_R \sqrt{1 + \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2}\, dx\, dy$$

$$\iint\limits_S f dS = \iint\limits_R f\left(\vec{r}(u, v)\right) \left|\frac{\partial \vec{r}}{\partial u} \times \frac{\partial \vec{r}}{\partial v}\right| du\, dv = \iint\limits_R f\left(x, y, z(x, y)\right) \sqrt{1 + \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2}\, dx\, dy$$

$$\Phi = \iint\limits_S \vec{f} \cdot \vec{n}\, dS = \iint\limits_R \vec{f}\left(\vec{r}(u, v)\right) \cdot \left(\frac{\partial \vec{r}}{\partial u} \times \frac{\partial \vec{r}}{\partial v}\right) du\, dv = \pm \iint\limits_R \left[-f_1 \frac{\partial z}{\partial x} - f_2 \frac{\partial z}{\partial y} + f_3\right] dx\, dy$$

$$\iint\limits_S \vec{\nabla} \times \vec{g} \cdot \vec{n}\, dS = \oint\limits_C \vec{g} \cdot d\vec{r} \qquad \iint\limits_S \vec{f} \cdot \vec{n}\, dS = \iiint\limits_T \vec{\nabla} \cdot \vec{f}\, dV$$