UDESC Joinville

UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA
CENTRO DE CIÊNCIAS TECNOLÓGICAS - CCT
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
ANTÔNIO JOÃO FIDÉLIS

**MAP – Matemática Aplicada** **PROVA III** **03/06/2014** **Turma A**

---

É **proibido** o uso de **telefone celular, smartphones, tablets ou calculadoras programáveis**, assim como o **empréstimo de materiais** durante a prova. Só é permitido o uso de calculadora científica comum. Aproximações numéricas serão desconsideradas. **O desenvolvimento de todos os cálculos deve estar presente na prova.**

*Nome:* ____________________________________ *Assinatura:* ____________________

**1) [2,5 pontos]** Parametrize a parte do paraboloide circular com concavidade voltada para o semi-eixo $Oy$, que está no primeiro octante, de vértice a origem, cujo intercepto com o plano $y = 4$ é a circunferência $x^2 + z^2 = 9$. Informe os limites dos parâmetros e determine sua área.

**2) [2,5 pontos]** Determine o fluxo do campo vetorial $\vec{F} = (-y, x, -z)$ através da superfície $x^2 + 3y^2 + 2z^2 = 4$, com $x \geq 0$, com vetor normal de direção de elemento de área apontando para fora.

**3) [2,5 pontos]** Determine o fluxo do campo $\vec{V} = (x^2, yz + x, y - x)$ com vetor normal apontando para a parte côncava da superfície parabólica $y = 2z^2$, de $-3 \leq x \leq 3$ e $0 \leq y \leq 5$.

**4) [2,5 pontos]** Use o Teorema de Stokes para calcular o trabalho para deslocar uma partícula em torno do perímetro do retângulo $0 \leq x \leq \pi$, $0 \leq y \leq 1$, e $z = 3$, no sentido anti-horário, sob a ação de $\vec{g} = \big(\sin(z), -\cos(x), \sin(z)\big)$.

---

$$\vec{r}(u,v) = x(u,v)\hat{\imath} + y(u,v)\hat{\jmath} + z(u,v)\hat{k},\ u,v \in R \qquad \vec{n} = \pm\frac{\frac{\partial \vec{r}}{\partial u} \times \frac{\partial \vec{r}}{\partial v}}{\left|\frac{\partial \vec{r}}{\partial u} \times \frac{\partial \vec{r}}{\partial v}\right|}$$

$$a(S) = \iint\limits_R \left|\frac{\partial \vec{r}}{\partial u} \times \frac{\partial \vec{r}}{\partial v}\right| du\,dv \qquad a(S) = \iint\limits_R \sqrt{1 + \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2}\,dx\,dy$$

$$\iint\limits_S f\,dS = \iint\limits_R f\big(\vec{r}(u,v)\big)\left|\frac{\partial \vec{r}}{\partial u} \times \frac{\partial \vec{r}}{\partial v}\right| du\,dv = \iint\limits_R f\big(x,y,z(x,y)\big)\sqrt{1 + \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2}\,dx\,dy$$

$$\Phi = \pm\iint\limits_S \vec{f}\cdot\vec{n}\,dS = \pm\iint\limits_R \vec{f}\big(\vec{r}(u,v)\big)\cdot\left(\frac{\partial \vec{r}}{\partial u} \times \frac{\partial \vec{r}}{\partial v}\right) du\,dv = \pm\iint\limits_R \left[-f_1\frac{\partial z}{\partial x} - f_2\frac{\partial z}{\partial y} + f_3\right] dx\,dy$$

$$\iint\limits_S \vec{\nabla}\times\vec{g}\cdot\vec{n}\,dS = \oint\limits_C \vec{g}\cdot d\vec{r} \qquad \iint\limits_S \vec{f}\cdot\vec{n}\,dS = \iiint\limits_T \vec{\nabla}\cdot\vec{f}\,dV$$