Universidade do Estado de Santa Catarina
Centro de Ciências Tecnológicas - CCT
Departamento de Matemática
Antônio João Fidélis

Matemática Aplicada – MAP0001 PROVA II 29/04/2014 Turma A

É **proibido** o uso de **telefone celular, smartphones, tablets** (que devem permanecer **desligados** durante a prova) ou **calculadoras programáveis**, e o uso ou empréstimo de materiais durante a prova. É permitido o uso de calculadora científica comum. **Não é permitido sair da sala antes da entrega desta prova. O desenvolvimento de todos os cálculos deve estar presente na prova.**

Nome: ______________________________ *Assinatura:* ______________

1) [2,5 pontos] Considere $\mathcal{C}$ a curva fechada composta pelo semi-círculo de raio 3 que passa pelos pontos $A(3,0)$, $B(0,3)$ e $C(-3,0)$ e pelo segmento de reta que vai do ponto C ao ponto A. Essa curva tem sua densidade dada por $\rho(x,y) = 5 + x + y$, em g/cm. **Parametrize a curva** $\mathcal{C}$, determine sua **massa total** e a **coordenada** x **de seu centro de massa**.

2) [2,5 pontos] Considere $\vec{f}(x,y,z) = (-yx^2z, zx(16-y^2), 4zy^2)$ e a curva $\mathcal{C}_1 : \vec{r}(t) = 4\sin(t)\hat{\imath} - 4\cos(t)\hat{\jmath} + 4t\hat{k}$, ligado os ponto D e E, para $t = 0$ e $t = \pi$, respectivamente. Determine o trabalho para deslocar uma partícula sob a ação da força $\vec{f}(x,y,z)$ de D até E **pelo caminho** $\mathcal{C}_1$ e pela **reta que une os pontos** D **e** E.

3) [2,5 pontos] Considere $\vec{F}(x,y,z) = (yz+1, xz+1, xy+1)$ e $\mathcal{C}_2$ o caminho fechado circular de raio 3, paralelo ao plano xOy, centrado em $P(3,3,3)$. Parametrize $\mathcal{C}_2$ e determine o trabalho para deslocar uma partícula sob a ação da força $\vec{F}(x,y,z)$ ao longo do **caminho fechado** $\mathcal{C}_2$ e, em seguida, ao longo da **linha poligonal** LMN, com $L(1,2,0)$, $M(3,-5,\ln(4))$ e $N(2,0,3)$.

4) [2,5 pontos] Use o teorema de Green para determinar a área entre um período de uma cicloide, que vai de $x = 0$ a $x = 2\pi r$, e o eixo Oy. A parametrização da cicloide, no sentido **horário**, é dada por $\mathcal{C}_{cicloide} : \begin{cases} x = r\big(t - \sin(t)\big); \\ y = r\big(1 - \cos(t)\big). \end{cases}$ Parametrize toda a curva fechada. A circunferência que gera a cicloide tem centro em $Q(x,r)$.

$$M = \int_{\mathcal{C}} f\ ds = \int_{\mathcal{C}} f(\vec{r}(t))|d\vec{r}(t)|dt \qquad x_{C.M.} = \frac{1}{M}\int_{\mathcal{C}} xf\ ds = \frac{1}{M}\int_{\mathcal{C}} x(\vec{r}(t))f(\vec{r}(t))|d\vec{r}(t)|dt$$

$$W = \int_{\mathcal{C}} \vec{f}\cdot d\vec{r} = \int_{\mathcal{C}} \vec{f}(\vec{r}(t))\cdot d\vec{r}(t)dt \qquad \vec{f} = \nabla u \qquad \oint_{\mathcal{C}} f_1 dx + f_2 dy = \int\int_{\mathcal{R}} \left(\frac{\partial f_2}{\partial x} - \frac{\partial f_1}{\partial y}\right) d\mathcal{A}$$

$$A = \frac{1}{2}\oint_{\mathcal{C}} xdy - ydx \qquad \int u\ dv = u\ v - \int v\ du \qquad \int \cos(t)dt = \sin(t) \qquad \int \sin(t)dt = -\cos(t)$$

$$-\mathcal{C} : \vec{r}(a+b-t),\ t \in [a,b]$$