UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA
CENTRO DE CIÊNCIAS TECNOLÓGICAS - CCT
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
ANTÔNIO JOÃO FIDÉLIS

MAP – Matemática Aplicada **PROVA II** **08/10/2013** **Turma A – Eng. Mecânica**

É **proibido** o uso de **telefone celular, smartphones, tablets ou calculadoras programáveis**, assim como o **empréstimo de materiais** durante a prova. Só é permitido o uso de calculadora científica comum. Aproximações numéricas serão desconsideradas. **O desenvolvimento de todos os cálculos deve estar presente na prova.**

Nome: ____ *Assinatura:* ____________________

1) Uma hélice circular, dada por $\mathcal{C} : \left(\frac{3t}{2}, 3\cos(t), -3\sin(t)\right)$ tem origem no ponto $A(0,3,0)$ e extremidade no ponto $B(6\pi,3,0)$. Sua densidade é dada por $f(x,y,z) = 4 + x + 3y + 2z$ em g/cm.

a. [**1,25 ponto**] Determine sua massa total.

b. [**1,25 ponto**] Determine a coordenada x do centro de massa da hélice.

2) Determine o trabalho realizado pelo campo vetorial $\vec{f} = (xy^2z + 3, x^2yz + 3y - 2, x^2y^2/2 + 5)$ ao longo dos caminhos:

a. [**1,0 ponto**] Da poligonal ABC, com $A(2,3,1)$, $B(-2,1,0)$ e $C(4,2,-3)$.

b. [**1,0 ponto**] Da poligonal $ACBA$, com A, B e C dados acima.

c. [**0,5 ponto**] Este campo é conservativo? Justifique.

3) Calcule o trabalho realizado pelo campo de forças $\vec{f} = (2y, 2y + 1, x + z)$ N ao deslocar uma partícula do ponto $A(0,2,4)$ m ao ponto $B(2,0,0)\,m$, segundo os caminhos:

a. [**1,0 ponto**] Uma reta que liga os dois pontos.

b. [**1,0 ponto**] Uma parábola, dada por $2y = z = 4 - x^2$.

c. [**0,5 ponto**] Este campo é conservativo? Justifique.

4) [**2,5 pontos**] Determine o valor de $I = \oint_{\mathcal{C}} \left(2y^2 - e^x - \sqrt{1 + \cos^2(x)}\right) dx + \left(2e^y + x^3 - 3\ln\big(2 + \sin(y)\big)\right) dy$ ao longo do caminho fechado $\mathcal{C}$, no sentido horário, entre as curvas $y = x^2 - 3x$ e $y = -2x^2 + 12x$, de $A(0,0)$ a $B(5,10)$ e novamente a $A(0,0)$. Represente graficamente o caminho fechado $\mathcal{C}$.

$$M = \int_{\mathcal{C}} f\ ds = \int_{\mathcal{C}} f(\vec{r}(t))|d\vec{r}(t)|dt \qquad x_{C.M.} = \frac{1}{M}\int_{\mathcal{C}} xf\ ds = \frac{1}{M}\int_{\mathcal{C}} x(\vec{r}(t))f(\vec{r}(t))|d\vec{r}(t)|dt$$

$$W = \int_{\mathcal{C}} \vec{f}\cdot d\vec{r} = \int_{\mathcal{C}} \vec{f}(\vec{r}(t))\cdot d\vec{r}(t)dt \qquad \vec{f} = \nabla u \qquad \oint_{\mathcal{C}} f_1dx + f_2dy = \int\int_{\mathcal{R}} \left(\frac{\partial f_2}{\partial x} - \frac{\partial f_1}{\partial y}\right) d\mathcal{A}$$

$$\int u\ dv = u\ v - \int v\ du \qquad \int \cos(t)dt = \sin(t) \qquad \int \sin(t)dt = -\cos(t)$$