UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA
CENTRO DE CIÊNCIAS TECNOLÓGICAS - CCT
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
ANTÔNIO JOÃO FIDÉLIS

MAP – Matemática Aplicada   PROVA I   05/11/2013   Turma A – Eng. Mecânica

É **proibido** o uso de **telefone celular, smartphones, tablets ou calculadoras programáveis**, assim como o **empréstimo de materiais** durante a prova. Só é permitido o uso de calculadora científica comum. Aproximações numéricas serão desconsideradas. **O desenvolvimento de todos os cálculos deve estar presente na prova.**

Nome: ______________________________ *Assinatura:* ____________________

1) Considere como curva $\mathcal{C}_1$ a hélice circular que parte do ponto $A(0,-4,0)$ e chega ao ponto $B(4,0,2)$ em $\frac{3}{4}$ de passo.

a. [**1,0 ponto**] Parametrize a curva $\mathcal{C}_1$ em termos do parâmetro t e determine o domínio de t.

b. [**1,0 ponto**] Reparametrize a curva $\mathcal{C}_1$ por comprimento de arco e determine seu comprimento.

2) Considere a curva $\mathcal{C}_2$ dada por $y = 2x^{3/2} - 5$ e $z = 3x^{3/2}$ e o ponto $C(4,11,24)$.

a. [**1,0 ponto**] Determine a equação da reta tangente à curva $\mathcal{C}_2$ no ponto C.

b. [**1,0 ponto**] Determine os vetores unitários normal e binormal à curva $\mathcal{C}_2$ no ponto C.

3) [**2,0 pontos**] Determine a velocidade com que a temperatura $T(x,y,z) = \left(20 - x^2 - y + \cos(\pi z) + \mathrm{e}^{2yz}\right)^o C$ cresce quando, partindo do ponto $D(-3,0,2)$, desloca-se no sentido do vetor $\vec{u} = (-1,3,1)$. Qual a maior velocidade de crescimento neste ponto? Em que direção ela ocorre?

4) [**2,0 pontos**] Dado o campo vetorial $\vec{E}(x,y,z) = (xz + 2y, 3z - x^2 y, zy - x + 3)$, determine seu **a)** divergente e seu **b)** rotacional, ambos no ponto $P(3,-2,1)$.

5) [**2,0 pontos**] Mostre que o campo vetorial $\vec{F}$ é conservativo e determine sua função potencial $U(x,y,z)$,
$\vec{F}(x,y,z) = \left(-\sin(x+2y) + 2xz\mathrm{e}^{x^2z-3y} + 3\right)\hat{\imath} + \left(-2\sin(x+2y) - 3\mathrm{e}^{x^2z-3y} - 12y^2\right)\hat{\jmath} + \left(x^2\mathrm{e}^{x^2z-3y} + 1)\right)\hat{k}$.

$\vec{r}(t) = x(t)\hat{\imath} + y(t)\hat{\jmath} + z(t)\hat{k},\ t \in [a,b]$ $\ell = \int_a^b \left|\vec{r}\,'(t)\right| dt$ $\vec{h}(s) = \vec{r}\big(t(s)\big),\ s \in [0,\ell]$

$s(t) = \int_0^t \left|\vec{r}\,'(t^*)\right| dt^*$ $\vec{u}(t) = \dfrac{\vec{r}\,'(t)}{|\vec{r}\,'(t)|} = \vec{h}\,'(s)$ $k(s) = |\vec{u}\,'(s)| = \left|\vec{h}\,''(s)\right|$ $k(t) = \dfrac{|\vec{r}\,'(t) \times \vec{r}\,''(t)|}{|\vec{r}\,'|^3}$

$\vec{p}(s) = \dfrac{\vec{u}\,'(s)}{k(s)} = \dfrac{\vec{u}\,'(s)}{|\vec{u}\,'(s)|}$ $\vec{b}(s) = \vec{u}(s) \times \vec{p(s)}$

$\nabla f(x,y,z) = \dfrac{\partial f}{\partial x}\hat{\imath} + \dfrac{\partial f}{\partial y}\hat{\jmath} + \dfrac{\partial f}{\partial z}\hat{k}$ $\dfrac{\partial f}{\partial s}(P) = \vec{b} \cdot \nabla f(P)$ $\vec{b} = \dfrac{\vec{u}}{|\vec{u}|}$

$\vec{f}(x,y,z) = f_1(x,y,z)\hat{\imath} + f_2(x,y,z)\hat{\jmath} + f_3(x,y,z)\hat{k}$ $\nabla \cdot \vec{f}(x,y,z) = \dfrac{\partial f_1}{\partial x} + \dfrac{\partial f_2}{\partial y} + \dfrac{\partial f_3}{\partial z}$

$$\nabla \times \vec{f}(x,y,z) = \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ f_1 & f_2 & f_3 \end{vmatrix}$$