INSTITUTO FEDERAL CATARINENSE
Câmpus Luzerna

Instituto Federal Catarinense – IFC
Campus Luzerna
Professor Antônio João Fidélis

FÍSICA GERAL III (FSC 03) GABARITO DA PROVA I 10/09/2014

É **proibido** o uso de **telefone celular, smartphones, tablets** (que devem permanecer **desligados** durante a prova) ou **calculadoras programáveis**, ou empréstimo de materiais durante a prova. É permitido o uso de calculadora científica comum. **Não é permitido sair da sala antes da entrega desta prova. O seu nome e desenvolvimento de todos os cálculos devem estar presentes na prova, na folha almaço.** Ao final, entregue todo o material recebido durante a prova. Esta folha pode ser usada como rascunho.

Nome: ______________________________ *Assinatura:* ____________________

1) [2,0 pontos] Considere uma carga puntiforme carregada com uma carga líquida de $-13,8\,nC$.

a) Qual é, aproximadamente, a quantidade de elétrons em excesso nesta carga?
Resposta: $Q = ne \Rightarrow n = \dfrac{Q}{e} = \dfrac{-13,8 \cdot 10^{-9}\,C}{-1,60 \cdot 10^{-19} C} = 8,\mathbf{625} \cdot 10^{10} = 8,62 \cdot 10^{10}$ elétrons.

b) Considere cargas puntiformes que tenham massa de $2,0\,g$ e a carga elétrica descrita acima $(-13,8\,nC)$ cada uma. Quantas dessas cargas são necessárias ser aglutinadas abaixo de apenas uma, a uma distância de $0,10\,mm$, para que o peso e a força eletrostática que agem nesta uma se igualem em módulo?

Resposta: A soma das forças que agem na vertical deve ser nula. O peso da partícula (para baixo) deve ser igual à força eletrostática repulsiva (para cima). Temos: $P = mg = 2,0 \cdot 10^{-3}\,kg \times 9,81 m/s^2 = 1,\mathbf{962} \cdot 10^{-2}\,N$, ou seja, $P = 2,0 \cdot 10^{-2} N = 0,020\,N$. A força coulombiana que age na partícula deve ter o mesmo módulo do peso. Consideremos $q_0 = -13,8\,nC$ e $q_1 = n \cdot q_0$, com n sendo a quantidade de cargas desejada. Assim temos:

$$F = \frac{|q_0||q_1|}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{n \cdot q_0^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \Rightarrow n = \frac{4\pi\epsilon_0 r^2 F}{q_0^2} = \frac{4 \cdot 3,1416 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}\,C^2/N \cdot m^2 \left(0,10 \cdot 10^{-3}\,m\right)^2 \cdot 0,020\,N}{\left(-13,8 \cdot 10^{-9}\,C\right)^2}$$

$$n = \frac{4 \cdot 3,1416 \cdot 8,85 \cdot (0,10)^2 \cdot 0,020 \cdot 10^{-12} \cdot (10^{-3})^2\,(C^2/N \cdot m^2) \cdot m^2 \cdot N}{(-13,8)^2 \cdot (10^{-9})^2\,C^2} = \frac{0,022242 \cdot 10^{-18}}{190,44 \cdot 10^{-18}} = 1,2 \cdot 10^{-4},$$ ou seja, basta uma fração de uma destas cargas, equivalente a aproximadamente $q_0/\left(8,6 \cdot 10^3\right)$.

2) [2,0 pontos] É possível explicar todo o processo de escrever a lápis no papel e, posteriormente, apagar com borracha, usando os conceitos de eletrostática? Se sim, explique. Se não, justifique.

Resposta: Sim. Quando escrevemos com lápis no papel, a grafite e o papel eletrizam-se por atrito. A ligação entre a grafite e o papel, quando eletrizados, é mais forte do que a grafite nela mesma, "soltando" pedaços na folha. A borracha eletriza, por atrito, a grafite, e a ligação entre estes é mais forte do que a da grafite com o papel, liberando a grafite do papel, "apagando" o lápis do papel.

3) [2,0 pontos] Em cada vértice de um triângulo equilátero de lados ℓ há uma carga puntiforme de valor q. Determine, em termos de ℓ e q, o valor da carga puntiforme Q colocada no centro deste triângulo equilátero para que as quatro cargas fiquem em equilíbrio eletrostático.

Resposta: A distância do centro do triângulo equilátero a um de seus vértices é dada pela hipotenusa de um triângulo retângulo, formado por meia aresta do triângulo $(\ell/2)$ num cateto, sendo o ângulo interno entre a hipotenusa e esse cateto igual à metade do ângulo interno entre duas arestas do triângulo equilátero. Como os ângulos internos do triângulo equilátero medem $\pi/3$, o ângulo desejado é $\pi/6$. Assim, obtemos o valor da hipotenusa h a partir da relação $\cos(\pi/6) = \sqrt{3}/2 = (\ell/2)/h \Rightarrow h = \ell/\sqrt{3}$. A carga colocada no centro do triângulo deve ter sinal oposto às cargas do vértice, pois estas repelem-se mutuamente e são todas atraídas pela carga central.

A força que age em uma das cargas de um dos vértices, devido às outras duas nos outros vértices, é a soma vetorial de cada força – princípio da superposição. Assim, cada força entre duas cargas nos vértices tem mesmo módulo, porém sentidos diferentes – defasadas $\pi/3$ entre si. O módulo de cada força é dado então por $F = \dfrac{q^2}{4\pi\epsilon_0\ell^2}$. A resultante, em uma carga, devido à ação das outras duas nos vértices é dada por $F_R = \sqrt{[F + F\cos(\pi/3)]^2 + [F\sin(\pi/3)]^2} = \sqrt{9F^2/4 + 3F^2/4} = \sqrt{12F^2/4} = \sqrt{3}F$. A força que age entre uma das cargas do vértice e a carga central deve ser, em módulo, igual a esta.

$\sqrt{3}F = \dfrac{\sqrt{3}q^2}{4\pi\epsilon_0\ell^2} = \dfrac{qQ}{4\pi\epsilon_0\left(\ell/\sqrt{3}\right)^2} \Rightarrow Q = \dfrac{\sqrt{3}q}{3}$. Como deve apontar para dentro do triângulo, esta deve ter sinal contrário à carga q, assim $\mathbf{Q} = \frac{-\sqrt{3}\mathbf{q}}{\mathbf{3}}$.

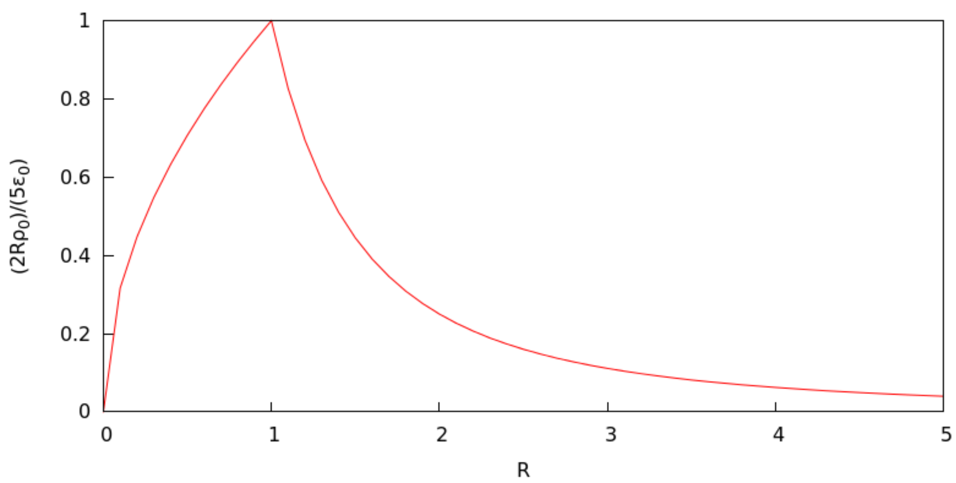
4) [2,0 pontos] Uma esfera dielétrica, de raio R, tem uma densidade volumétrica de cargas ρ, que varia com o raio, segundo a relação $\rho(r) = \rho_0 \left(\frac{r}{R}\right)^{-1/2}$, com $[\rho_0] = C/m^3$.

a) Faça um gráfico mostrando o comportamento do módulo do campo elétrico $\vec{E}$ de $r = 0$ a $r = 5R$, destacando o valor máximo do módulo campo elétrico.

Resposta: Para $r < R$: montamos uma gaussiana em coordenadas esféricas, centrada na esfera dielétrica e aplicamos a Lei de Gauss.

$\vec{E} \cdot d\vec{A} = E \cdot dA = \frac{dq}{\epsilon_0}$. Como é uma esfera, $\int dA = 4\pi r^2$, e $dq = \rho(r)dV \Rightarrow q = \int_0^r \rho_0 \left(\frac{r^*}{R}\right)^{-1/2} 4\pi r^{*2} dr^*$, assim temos: $\epsilon_0 E 4\pi r^2 = 4\pi\rho_0\sqrt{R}\int_0^r r^{*3/2}dr^* = \frac{8\pi\rho_0\sqrt{R}r^{5/2}}{5\epsilon_0} \Rightarrow \mathbf{E} = \frac{\mathbf{2\rho_0\sqrt{rR}}}{\mathbf{5\epsilon_0}}$. O módulo do campo elétrico cresce com a raiz do raio, de zero até o valor máximo $\mathbf{E} = \frac{\mathbf{2\rho_0 R}}{\mathbf{5\epsilon_0}}$ em $r = R$.

Para $r > R$: montamos a gaussiana exterior à esfera. Precisamos então da carga total no interior da esfera. Esta integral já está feita acima, basta apenas trocar o limite superior de r para R. Temos então: $q = 8\pi\rho_0 R^3/5$, que responde ao item **b)**. Assim, o campo externo à esfera é dado por $\mathbf{E} = \frac{\mathbf{2\rho_0 R^3}}{\mathbf{5\epsilon_0 r^2}}$. Quando $r = R$, obtemos o módulo do campo elétrico máximo, idêntico à situação anterior. Assim, o módulo do campo elétrico decresce com o inverso do quadrado da distância.



b) Determine o valor da carga total na esfera.

Resposta: Obtido acima: $\mathbf{q} = \frac{\mathbf{8\pi\rho_0 R^3}}{\mathbf{5}}$.

5) [2,0 pontos] Constrói-se uma superfície gaussiana cúbica centrada numa carga elétrica puntiforme de carga Q. Determine o módulo do fluxo de campo elétrico que passa por duas das faces deste cubo.

Resposta: O fluxo total pelo cubo é $\Phi = \frac{Q}{\epsilon_0}$. Como queremos o fluxo por apenas duas, das seis faces do cubo, temos: $\Phi_2 = \frac{2Q}{6\epsilon_0} \Rightarrow \mathbf{\Phi_2} = \frac{\mathbf{Q}}{\mathbf{3\epsilon_0}}$.

$e = \pm 1,60 \cdot 10^{-19}\, C$ $\quad k = 8,99 \cdot 10^9\, N \cdot m^2/C^2$ $\quad \epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}\, C^2/N \cdot m^2$ $\quad q = ne$

$F = k\frac{q_0\, q_1}{r^2} = \frac{q_0\, q_1}{4\pi\epsilon_0 r^2}$ $\quad E = \frac{F}{q_0} = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r^2}$ $\quad \vec{F} = q\vec{E}$ $\quad \Phi = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A}$ $\quad \epsilon_0\Phi = q$

$\lambda = \frac{dq}{dl}$ $\quad \sigma = \frac{dq}{dA}$ $\quad \rho = \frac{dq}{dV}$ $\quad g = 9,81\, m/s^2$